

Sucesiones

Considere el siguiente problema:

La secuencia de Fibonacci es una sucesión infinita de números naturales, descrita por primera vez por el matemático italiano Fibonacci en el siglo XIII. La sucesión está compuesta por los números: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,... Encuentre los siguientes cinco números en esta sucesión.

Una sucesión es un conjunto ordenado de números que obedecen a una ley de formación. Tienen tres formas de representarse:

- **Numéricamente:** se expresan cada número que la conforma:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

- **Tabularmente:** se representan las cantidades en una tabla:

n	1	2	3	4	5	6	7
S(n)	3	6	9	12	15	18	21

- **Algebraicamente:** se representa las cantidades mediante una fórmula:

$$S(n) = 3n$$

En una sucesión “n” representa la posición del término dentro de la lista. Siempre comenzamos en $n = 1$.

Ejemplos:

Complete el siguiente cuadro representando la sucesión en las notaciones faltantes

Numérico	Algebraico	Tabular
$a_n = 2, 4, 6, 8, 10, \dots$		
$a_n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$		
$a_n = 3, 5, 7, 9, 11, \dots$		
$a_n = 1, 4, 9, 16, 25, 26, \dots$		
	$S(n) = n^2 + 1$	
	$S(n) = 5n$	
	$S(n) = 2^n$	

Práctica:

Realice los siguientes ejercicios:

1))Complete el siguiente cuadro representando la sucesión en las notaciones faltantes

Numérico	Algebraico	Tabular
$a_n = 4, 9, 14, 19, 24, \dots$		
$a_n = 1, 8, 27, 64, 125, \dots$		
$a_n = 3, 9, 27, 81, 243, \dots$		
	$S(n) = 3n + 2$	
	$S(n) = 54 - 4n$	
	$S(n) = (n + 1)^2$	
	$S(n) = 3n^2 + 2$	

2) Encuentre el valor que se le solicita

A partir de los términos generales de las siguientes sucesiones numéricas, calcula sus tres primeros términos a_1, a_2, a_3 , y el que ocupa el décimo lugar a_{10} .

1) $a_n = (5 - 3n)$

4) $a_n = (2n + 1)$

2) $a_n = (n^2 - 4)$

5) $a_n = (n^2 - 2)$

3) $a_n = (2n - 1)$

6) $a_n = (2n^2 - 1)$

Proporcionalidad directa e inversa

Considere el siguiente problema:

PROBLEMA



Webardo compró una barra de mantequilla en \$300. ¿Cuánto dinero paga por dos barras? ¿Cuánto dinero paga por 3? ¿Por 4? Continúe la sucesión hasta las ocho barras y representela en forma tabular.

Solución



PROBLEMA



Para la construcción de un tanque séptico debe cavarse un hueco. Si lo hiciera una sólo persona, duraría aproximadamente 16 horas, pero si lo hicieran dos personas el tiempo se reducirá a la mitad, es decir, 8 horas. De igual forma, por cada trabajador que se integre el tiempo se reducirá a la mitad. ¿Cuántos trabajadores se necesitan para que se tarde sólo una hora cavando el hueco?

Represente esta sucesión forma tabular.

Solución



Dos cantidades son proporcionales cuando guardan una relación entre si.

Podemos distinguir dos tipos de proporcionalidad:

- **Proporcionalidad directa:** Se da cuando el aumento de una cantidad implica también el aumento de la otra, o bien, cuando la disminución de una también implica la disminución de la otra. Por ejemplo, el problema de las barras de mantequilla, entre más barras se compren mayor será el precio.
- **Proporcionalidad inversa:** se da cuando el aumento de una cantidad implica la disminución de la otra. Por ejemplo, el problema de los trabajadores, entre más trabajadores haya menor será el tiempo que tarden haciendo el hueco.

Ejemplos:

1) Determinar si las relaciones de proporcionalidad entre las siguientes magnitudes son directas o inversas:

- A) Tiempo necesario en recorrer una distancia y la velocidad a la que se circula.
- B) Tiempo necesario en recorrer una distancia y la distancia a recorrer.
- C) Tiempo necesario para llenar una piscina y el número de mangueras de agua que se emplean.
- D) Número de trabajadores y cantidad de trabajo realizado.
- E) Número de trabajadores que realizan una actividad en grupo y el tiempo necesario para realizar dicha actividad.

2) Identifique cuales de las siguientes tablas corresponden a proporcionalidad inversa o directa y complételas.

Nota: En una tabla si la **proporcionalidad es directa** al **dividir** el valor de una variable con su correspondiente valor en la otra variable, siempre da el mismo resultado. Si la **proporcionalidad es inversa** el resultado de **multiplicar** un valor de una variable con su correspondiente valor en la otra variable, siempre da el mismo resultado.

A) La tabla relaciona la cantidad de mangueras y los días en llenar una alberca:

Número de mangueras (x)	Días (y)
8	3
12	
15	
	1.5
20	
24	

B) Completa las siguientes tablas e identifica el tipo de proporcionalidad

Tabla 1

x	y
6	3
5	
4	4.5
3	
2	

Tabla 2

x	y
30	120
20	
10	
5	20
4	

Tipo de proporcionalidad: _____

Tipo de proporcionalidad: _____

- 3) Resuelva los siguientes problemas identificando si corresponden a proporcionalidad inversa o directa. (Siga cuidadosamente las indicaciones de su profesor)
- A) Al llegar al hotel nos han dado un mapa con los lugares de interés de la ciudad, y nos dijeron que 5 centímetros del mapa representaban 600 metros de la realidad. Hoy queremos ir a un parque que se encuentra a 8 centímetros del hotel en el mapa. ¿A qué distancia del hotel se encuentra este parque?
- B) Si tardamos 33 minutos en recorrer una distancia a una velocidad de 20km/h, ¿cuánto tardaremos en recorrer dicha distancia si circulamos a 30km/h?
- C) Ayer 2 camiones transportaron una mercancía desde el puerto hasta el almacén. Hoy 3 camiones, iguales a los de ayer, tendrán que hacer 6 viajes para transportar la misma cantidad de mercancía del almacén al centro comercial. ¿Cuántos viajes tuvieron que hacer ayer los camiones?
- D) Si en tres bolsas de naranjas caben 36 naranjas, ¿cuántas bolsas necesitamos para guardar 48 naranjas?
- E) Un grupo de 33 alumnos tarda 45 minutos en hacer un proyecto de clase. ¿Cuánto se tardaría si el grupo es de 55 alumnos?
- F) Leo y Alberto tardan 15 horas en pintar la casa de Leo. ¿Cuánto tardarían en pintarla si Teresa les ayuda?

Práctica:

Realice los siguientes ejercicios:

1) Completa las siguientes tablas e identifica el tipo de proporcionalidad.

V (km/h)			60	90		30	
t (horas)	1	2		6	9		27

Km			24	30			60
h	1	2		5	6	10	

10		1	4	5	8
	22	440			55

2) Resuelva los siguientes problemas identificando si corresponden a proporcionalidad inversa o directa.

- En un examen de tipo test, Alberto obtuvo una nota de 80, lo que corresponde a 120 respuestas correctas. Si la nota de Leo fue 66, ¿cuántas respuestas correctas tuvo?
- Si tardamos 3 horas en estudiar los 5 primeros temas del examen, ¿cuántas horas más necesitamos para terminar de estudiar si en total hay 17 temas?
- Tres personas tardan 12 horas en pintar un muro. ¿Cuántas personas se necesitan si se quiere finalizar la tarea en tan solo 4 horas?
- Cinco operarios tardan 9 horas en revisar el motor de todos los trenes de la estación. ¿Cuánto se tardaría en realizar el mismo trabajo si se contratan a dos operarios más?
- En 50 litros de agua de mar hay 1300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5200 gramos de sal?