



|                                                         |                               |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Centro Educativo: <b>Colegio Ambientalista el Roble</b> | Nivel: <b>Octavo</b>          |
| Docente: <b>Alonso Ramirez Abarca</b>                   | Asignatura: <b>Matemática</b> |

Nombre: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

### Números Racionales

1. Resuelvo en mi cuaderno la siguiente situación:

Suponga que juegas cierto videojuego en el cual posees:

- 21 unidades de Hierro
- 12 unidades de madera
- 32 unidades de energía



Si para construir una cabaña debes gastar la mitad de tu energía,  $\frac{1}{3}$  de la madera que tienes y además es necesario utilizar  $\frac{4}{7}$  del total de hierro que posees.

¿Cuánto es el total de energía, hierro y madera que se deben emplear para construir esa cabaña?

### Conocimientos previos:

Recordemos los elementos que están en cada conjunto numéricos estudiados en años anteriores:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} = \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$$

### ¿Qué son los Números Racionales?

Los números racionales, son el conjunto de **números fraccionarios** y **números enteros** representados por medio de **fracciones**. Este conjunto está situado en la recta real numérica, pero a diferencia de los números naturales que son consecutivos, por ejemplo a 4 le sigue 5 y a este a su vez le sigue el 6, los números racionales no poseen consecución pues entre cada número racional existen infinitos números que solo podrían ser escritos durante toda la eternidad.

Los **números racionales** son números **fraccionarios**, sin embargo, los números enteros también pueden ser expresados como fracción, por lo tanto, también pueden ser tomados como números racionales con el simple hecho de dar un cociente entre el número entero y el número 1 como denominador. Por ejemplo:

$$\frac{5}{1} = 5 \text{ o también } \frac{10}{2} = 5 \text{ pueden expresarse de distintas formas.}$$

Al conjunto de los números racionales se lo denota con la letra  $\mathbb{Q}$ , que viene de la palabra anglosajona "Quotient" traducción literal de cociente, y que sirve para recogerlos como subgrupo dentro de los números reales. Por ello, en ocasiones se refieren a los números racionales como números  $\mathbb{Q}$ .

$$\mathbb{Q} = \left\{ x / x = \frac{a}{b}, a \wedge b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

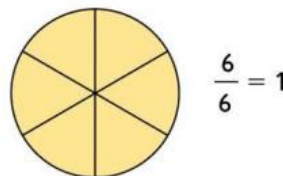
Un número racional puede ser expresado de diferentes maneras, sin alterar su cantidad mediante fracciones equivalentes, por ejemplo  $\frac{1}{2}$  puede ser expresado como  $\frac{2}{4}$  o  $\frac{4}{8}$ , debido a que estas son fracciones reducibles.

### Ejemplos de Números Racionales:

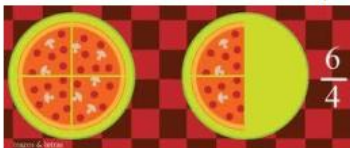
¿Cómo representaríamos  $\frac{1}{8}$  de pizza?



¿Cómo representar  $\frac{6}{6}$  de un queque?



¿Cómo representaríamos  $\frac{6}{4}$  de pizza?



¿Cómo representaríamos  $3\frac{1}{2}$  tazas de harina?



### DEFINICIÓN DE FRACCIÓN

Una fracción es una expresión matemática que representa una parte de una unidad o una relación entre dos cantidades.

#### Términos de una fracción

Línea divisoria  $\frac{a}{b}$  Numerador  
Denominador

### CLASIFICACIÓN DE LAS FRACCIONES

| Nombre   | Descripción                               | Representación respecto a la unidad | Representación simbólica | Representación gráfica |
|----------|-------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|------------------------|
| Propia   | El numerador es menor que el denominador. | Menor que la unidad.                | $\frac{1}{3}$            |                        |
| Impropia | El numerador es mayor que el denominador. | Mayor que la unidad.                | $\frac{7}{4}$            |                        |
| Unitaria | El numerador es igual al denominador.     | Igual a la unidad.                  | $\frac{3}{3} = 1$        |                        |

Para obtener el **aproximado decimal** de un número racional debemos **dividir el numerador entre el denominador**, así mismo existe una clasificación de los números racionales dependiendo de su expresión decimal, estos son:

## NÚMEROS CON EXPANSIONES DECIMALES

En los números racionales existen 3 tipos de expansiones decimales: la notación decimal finita, infinita periódica pura e infinita periódica mixta.

### Expansión decimal finita

- a) 0,8
- b) 2,6
- c) 7,5

### Expansión decimal infinita periódica pura

- a)  $5,\bar{6} = 5,6666...$
- b)  $4,\bar{3} = 4,33333...$
- c)  $2,\bar{1} = 2,11111...$

### Expansión decimal infinita periódica mixta

- a)  $8,2\bar{7}\bar{3} = 8,273333...$
- b)  $0,5\bar{1}\bar{3} = 0,513333...$
- c)  $7,8\bar{6}\bar{9} = 7,86999...$

## CONVERSIONES

Se pueden obtener diferentes notaciones equivalentes de acuerdo a cada conversión realizada.

| Conversión de fracciones                            | Notación inicial | Procedimiento                                                                                                                                      | Notación final                      |
|-----------------------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| De mixta a impropia.                                | $1\frac{4}{6}$   | $c\frac{a}{b} = \frac{c \cdot b + a}{b}$ $\frac{1 \cdot 6 + 4}{6} = \frac{6 + 4}{6} = \frac{10}{6}$                                                | $\frac{10}{6}$                      |
| De impropia a mixta.                                | $\frac{9}{4}$    | $\frac{a}{b} = a \overline{) b}$ $\frac{9}{4} = 2 \overline{) 1}$                                                                                  | $2\frac{1}{4}$                      |
| De fracción a expansión decimal finita.             | $\frac{3}{4}$    | $\begin{array}{r} 30 \overline{) 4} \\ -28 \phantom{0} \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$                                                | 0,75                                |
| De fracción a expansión decimal infinita periódica. | $\frac{4}{3}$    | Se realiza la división $\begin{array}{r} 4 \overline{) 3} \\ -3 \phantom{0} \\ \hline 10 \\ -9 \\ \hline 1 \end{array}$                            | $1,333... = 1,\bar{3}$              |
| De fracción a expansión decimal periódica mixta.    | $\frac{1}{6}$    | $\begin{array}{r} 10 \overline{) 6} \\ -6 \phantom{0} \\ \hline 40 \\ -36 \\ \hline 4 \end{array}$                                                 | $0,1666... = 0,1\bar{6}$            |
| De expansión decimal finita a fracción.             | 0,2              | Se anota por numerador la expresión sin la coma y por denominador un uno seguido de tantos ceros como lugares decimales haya, luego se simplifica. | $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$  |
|                                                     | 1,6              |                                                                                                                                                    | $1,6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$ |

|                                                           |                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                     |
|-----------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| De expansión decimal infinita periódica pura a fracción.  | $0,\bar{6}$     | Se anota por numerador el número completo sin la coma y se le resta la parte entera, y por denominador se anota un número formado por tantos nueves como cifras tenga el período, luego se simplifica.                                                       | $0,\bar{6} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{9}} = \frac{2}{3}$           |
|                                                           | $1 + 0,\bar{3}$ |                                                                                                                                                                                                                                                              | $1,\bar{3} = \frac{13-1}{9} = \frac{4}{3}$                          |
| De expansión decimal infinita periódica mixta a fracción. | $0,41\bar{6}$   | Se anota por numerador el número completo sin la coma y se le resta el número formado por la parte no periódica, y por denominador se anotan tantos nueves como cifras tenga el período, y tanto ceros como cifras tenga el anteperíodo luego se simplifica. | $0,41\bar{6} = \frac{416-41}{900} = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$ |
|                                                           | $1,8\bar{3}$    |                                                                                                                                                                                                                                                              | $1,\bar{8} = \frac{183-18}{90} = \frac{11}{6}$                      |

### Práctica #1

A. Clasifique los siguientes números de acuerdo con su notación decimal. Para ello marque con una equis (X) el espacio correspondiente.

| Número             | Procedimiento | Expansión decimal |                         |                          |
|--------------------|---------------|-------------------|-------------------------|--------------------------|
|                    |               | Finita            | Infinita periódica pura | Infinita periódica mixta |
| 1. $\frac{13}{3}$  |               |                   |                         |                          |
| 2. $\frac{-25}{4}$ |               |                   |                         |                          |
| 3. $\frac{109}{9}$ |               |                   |                         |                          |
| 4. $\frac{19}{6}$  |               |                   |                         |                          |
| 5. $\frac{-5}{12}$ |               |                   |                         |                          |
| 6. $\frac{20}{8}$  |               |                   |                         |                          |

B. Realice las conversiones necesarias para completar los espacios de la tabla dada.

|    | Fraccionaria    | Notación<br>Fraccionaria Mixta | Decimal     |
|----|-----------------|--------------------------------|-------------|
| 1. | $\frac{48}{15}$ |                                |             |
| 2. |                 | $6\frac{1}{4}$                 |             |
| 3. |                 |                                | $6,\bar{8}$ |
| 4. | $\frac{-28}{9}$ |                                |             |
| 5. |                 | $7\frac{2}{3}$                 |             |
| 6. |                 |                                | $-12,4$     |
| 7. | $\frac{10}{7}$  |                                |             |

## Práctica #2

A. Expresar los siguientes números en notación decimal y en notación mixta:

a.  $\frac{4}{3}$

b.  $\frac{32}{6}$

c.  $\frac{-17}{4}$

d.  $\frac{-31}{9}$

B. Expresar los siguientes números en notación decimal y en notación fraccionaria:

a.  $2\frac{1}{3}$

b.  $4\frac{3}{5}$

c.  $-1\frac{1}{2}$

C. Convierta de fracción a mixta o de mixta a fracción según sea el caso.

a)  $\frac{17}{5} = \boxed{\phantom{00}}$

c)  $-\frac{5}{3} = \boxed{\phantom{00}}$

e)  $-5\frac{1}{4} = \boxed{\phantom{00}}$

b)  $7\frac{2}{3} = \boxed{\phantom{00}}$

d)  $\frac{23}{7} = \boxed{\phantom{00}}$

f)  $-8\frac{1}{5} = \boxed{\phantom{00}}$

## Relaciones de orden

### Situación problema

Juan, Pedro, Luis y José salieron hacia el club. Algunos se pararon a descansar en el camino. Juan iba en bicicleta. Pedro en moto. Luis corriendo y José caminando.

Juan recorrió  $\frac{5}{6}$  del camino; Pedro  $\frac{2}{3}$ ; Luis  $\frac{1}{2}$  y José  $\frac{11}{12}$ . ¿Quién está más cerca del club?

## Práctica #3

1. Cita ejemplos de números racionales de representación diferente que se presenten en la vida cotidiana. Guíate con el ejemplo.

**Ejemplo:** María Compró  $1\frac{1}{2}$  kg de papas en el supermercado.



a. \_\_\_\_\_.

b. \_\_\_\_\_.

c. \_\_\_\_\_.

2. Resuelve las siguientes situaciones

- a. Ana tiene 22 hectáreas de terreno y quiere repartirlas entre sus cinco hijos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

- b. Rosa caminó 20 metros del colegio hacia casa de Ana y luego se devolvió una quinta parte de ese recorrido para ir a su casa. ¿Cuántos metros se desplazó (distancia desde el punto original al punto final) Rosa del colegio a su casa ?

c. Felipe demolió  $\frac{1}{2}$  kg de piedra, Carlos hizo polvo  $\frac{1}{3}$  kg y Rosa  $\frac{1}{4}$  kg, ¿cuánta cantidad de piedra demolieron entre los tres? (sugerencia: aproxime cada fracción a decimales y luego sume)

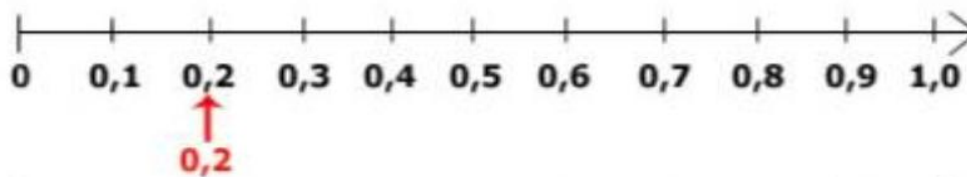
### Representar números racionales en la recta numérica

Para representar los números racionales en la recta numérica se realiza lo siguiente:

- Se representan los números enteros en la recta numérica, los números consecutivos deben encontrarse a la misma distancia. Recuerde que los enteros negativos están a la izquierda del cero y los positivos a la derecha.
- Luego esa distancia de los números consecutivos se divide en diez partes iguales si vamos a colocar a décimos, (en cien partes iguales si son centésimos, en mil partes iguales si son milésimos, etc.), y se aproxima la representación según la expansión decimal

#### Ejemplo

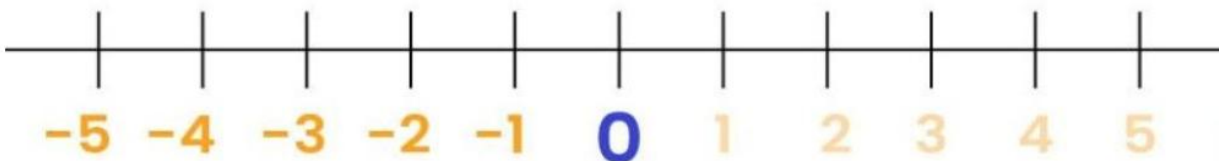
Representar 0,2 en la recta numérica: como se trate de décimos se divide en 10 partes iguales y se toma la segunda.



#### Ejemplo:

Represente en la recta numérica los siguientes números racionales:

a.  $\frac{3}{2}$     b.  $\frac{7}{2}$     c.  $\frac{-1}{2}$     d.  $-\frac{5}{2}$     e.  $\frac{38}{10}$



## Comparar y ordenar números racionales

**Relaciones de orden:** La ley de tricotomía dice que, dados dos números racionales, sólo existe una de las siguientes relaciones:

Relación **mayor que**

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \quad \text{si} \quad a \cdot d > b \cdot c$$

Relación **igual que**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{si} \quad a \cdot d = b \cdot c$$

Relación **menor que**

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad \text{si} \quad a \cdot d < b \cdot c$$

**Ejemplos:**

$$\frac{6}{9} > \frac{-5}{3}$$

$$\frac{28}{8} = \frac{14}{4}$$

$$\frac{-4}{5} < \frac{-2}{7}$$

## Práctica #4



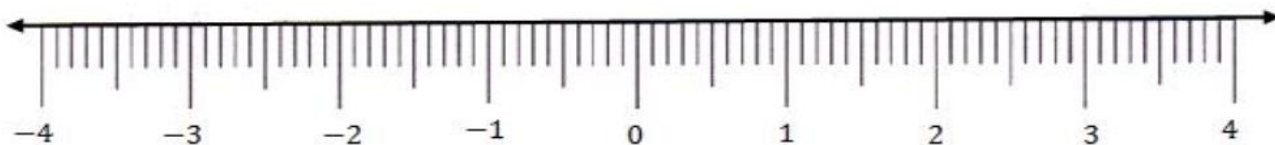
1. Calcule la expansión decimal de las siguientes fracciones y escribalas en el espacio indicado. Luego ubique cada expansión decimal en la recta numérica dada.

a.  $\frac{-5}{2} =$  \_\_\_\_\_

c.  $\frac{9}{5} =$  \_\_\_\_\_

b.  $\frac{11}{3} =$  \_\_\_\_\_

d.  $\frac{-9}{10} =$  \_\_\_\_\_



2. Escriba la relación de orden de las siguientes cantidades

$$\frac{9}{8} \text{ — } \frac{8}{9}$$

$$\frac{19}{3} \text{ — } \frac{42}{5}$$

$$3\frac{2}{7} \text{ — } \frac{16}{5}$$

$$\frac{3}{5} \text{ — } \frac{1}{4}$$

$$\frac{24}{8} \text{ — } \frac{30}{4}$$

$$\frac{9}{7} \text{ — } \frac{8}{5}$$

$$\frac{7}{3} \text{ — } \frac{4}{9}$$

$$\frac{35}{5} \text{ — } \frac{56}{4}$$

$$\frac{15}{15} \text{ — } \frac{0}{1}$$

3. En una competencia de comer sandías se inscribieron 10 concursantes, el árbitro llevó la cuenta de lo comido por cada participante de manera fraccionaria, observe los resultados:

| Participantes | Digerido       | Expresión decimal |
|---------------|----------------|-------------------|
| Luis          | $\frac{2}{3}$  |                   |
| Carlos        | $\frac{1}{4}$  |                   |
| María         | $3\frac{1}{2}$ |                   |
| Lenny         | $\frac{14}{3}$ |                   |
| Vanessa       | $\frac{1}{2}$  |                   |
| Oscar         | $2\frac{3}{8}$ |                   |
| Donald        | $\frac{4}{6}$  |                   |
| Denia         | $\frac{3}{8}$  |                   |
| Marlen        | $\frac{20}{6}$ |                   |
| Pedro         | $\frac{10}{3}$ |                   |

A. Convierta las fracciones a expresiones decimales.

B. Conteste:

¿Quién comió más Carlos o Luis?

¿Quién ganó el concurso?

¿Quién quedó en último lugar?

¿Cuáles participantes comieron igual cantidad?

¿Quién comió menos Oscar o Lenny?

Ordene de menor a mayor los resultados en notación decimal.

Ordene de mayor a menor los resultados en notación fraccionaria.

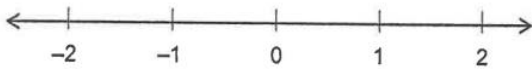
Ubique los números anteriores en una recta numérica

## Práctica #5

Trabaje en su cuaderno los procedimientos de cada uno de los ejercicios

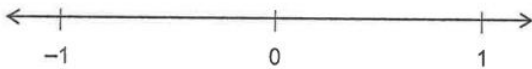
A. En la siguiente recta numérica represente:

$\frac{1}{5}$ ,  $1\frac{4}{5}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{5}{5}$ ,  $\frac{-7}{5}$ ,  $-0,6$ ,  $\frac{-6}{5}$



B. En la siguiente recta numérica represente:

$\frac{-4}{6}$ ,  $1,1\bar{6}$ ,  $-0,5$ ,  $\frac{-1}{6}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{-2}{6}$



C. Simplifique al máximo los siguientes racionales.

1)  $\frac{6}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$

5)  $\frac{100}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

2)  $\frac{36}{84} = \underline{\hspace{2cm}}$

6)  $\frac{-100}{125} = \underline{\hspace{2cm}}$

3)  $\frac{-10}{90} = \underline{\hspace{2cm}}$

7)  $\frac{300}{600} = \underline{\hspace{2cm}}$

4)  $\frac{120}{144} = \underline{\hspace{2cm}}$

8)  $\frac{-284}{734} = \underline{\hspace{2cm}}$

D. Convierta a decimal las siguientes fracciones.

1)  $\frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

5)  $\frac{27}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

2)  $\frac{-1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

6)  $\frac{-4}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

3)  $\frac{20}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

7)  $\frac{1}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

4)  $\frac{12}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

8)  $\frac{13}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

E. Convierta a fracción los siguientes decimales. Exprese el resultado en su forma canónica

1)  $0,123 = \underline{\hspace{2cm}}$

6)  $-12,08 = \underline{\hspace{2cm}}$

2)  $-3,125 = \underline{\hspace{2cm}}$

7)  $1,1\bar{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

3)  $1,6\bar{1} = \underline{\hspace{2cm}}$

8)  $0,007 = \underline{\hspace{2cm}}$

4)  $0,0\bar{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

9)  $-58,1\bar{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

5)  $-0,4 = \underline{\hspace{2cm}}$

10)  $4,0\bar{1} = \underline{\hspace{2cm}}$

F. Convierta los siguientes números mixtos a fracción.

1)  $7\frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

4)  $1\frac{7}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

2)  $-3\frac{4}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$

5)  $-5\frac{5}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

3)  $3\frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

6)  $-9\frac{7}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

## OPERACIONES DE NÚMEROS RACIONALES

### Situación problema:

Resuelva el siguiente el problema:

Considere los ingredientes que utiliza María para hacer un bizcocho de limón:

- 3 huevos
- $\frac{1}{4}$  kg de azúcar
- 0,20 litros de aceite
- $\frac{3}{8}$  kg de harina de repostería
- $1\frac{2}{3}$  sobres de levadura
- 250 ml de limón

De acuerdo con la información anterior:

1. Indique los ingredientes necesarios para hacer dos bizcochos

### 1. Suma y resta de fracciones homogéneas (igual denominador)

| Procedimiento                            | Ejemplos                           |                                |
|------------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
|                                          | +                                  | -                              |
| 1. Se suman o se restan los numeradores. | $\frac{-7}{4} + \frac{5}{4} =$     | $\frac{2}{3} - \frac{-1}{3} =$ |
| 2. Se mantiene el denominador.           | $\frac{-7+5}{4} =$                 | $\frac{2-(-1)}{3} =$           |
| 3. Se simplifica si se puede.            | $\frac{-2}{4} =$<br>$\frac{-1}{2}$ | $\frac{3}{3} =$<br>1           |

$\frac{3}{5}$  ← Numerador  
 $\frac{3}{5}$  ← Denominador 

## 2. Suma y resta de fracciones heterogéneas (diferente denominador)

Ejemplo:  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{7}{12}$

**Procedimiento:** Se debe determinar primero el mcm de los denominadores (3, 2, 12)

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 2 & 2 \\ 12 & 2 \\ \hline 12 & \end{array}$$

$$\text{Mcm}(3, 2, 4) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

Luego se divide el mcm obtenido (12), entre el denominador de cada fracción y se multiplica por el numerador, en cada fracción:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{7}{12} = \frac{(12 \div 3 \cdot 2) + (12 \div 2 \cdot 1) - (12 \div 12 \cdot 7)}{12} = \frac{4 \cdot 2 + 6 \cdot 1 - 1 \cdot 7}{12} = \frac{8 + 6 - 7}{12} = \frac{7}{12}$$

### Práctica #6

A. Resuelva las siguientes sumas o restas de fracciones homogéneas y heterogéneas, realice los cálculos en su cuaderno y simplifique al máximo

1.  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

6.  $1\frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$

2.  $\frac{2}{7} + \frac{-12}{7} + \frac{-9}{7} =$

7.  $\frac{-5}{6} - \frac{-5}{7} =$

3.  $-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{9}{4} - \frac{2}{4} =$

8.  $-4\frac{1}{2} + \frac{2}{4} - 0,5 =$

4.  $\frac{5}{23} + \frac{9}{23} + \frac{5}{23} =$

9.  $-3\frac{1}{2} + 2\frac{3}{5} =$

5.  $\frac{1}{10} + \frac{8}{10} - \frac{5}{10} =$

10.  $3\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3} =$

**B)** Resuelva las siguientes situaciones en el cuaderno, anote la respuesta en la línea indicada.

- a. Sofía recorrió en una carrera 13 km en la primera etapa, en la segunda  $6\frac{4}{5}$  km y en la tercera  $9\frac{1}{5}$ . Si la carrera es de 50 km, ¿cuánto les queda por recorrer?

R/ \_\_\_\_\_

- b. María compró  $\frac{1}{2}kg$  de azúcar,  $3\frac{1}{2}kg$  de frijoles y  $\frac{1}{4}kg$  de café. ¿Podrá transportar lo que compró en una bolsa que resiste una masa de  $5kg$ ?

- c. Daniel se comió  $3\frac{1}{2}$  pedazos de pizza, Eduardo  $4\frac{3}{4}$  y Marta  $1\frac{3}{4}$ . ¿Cuántos pedazos se comieron entre todos?

- d. Rebeca compró  $3kg$  de papas y utilizó  $\frac{5}{8}kg$  para preparar un picadillo. ¿Cuántos kg de papas le quedan?

- e. Ernesto bebió  $\frac{3}{8}$  litros de agua por la mañana,  $\frac{2}{3}$  litros de agua por la tarde y  $\frac{5}{8}$  litros de agua por la noche. Indique si Ernesto llegó a beber los 2 litros recomendados por día, o si le faltó, ¿cuánto le falta?

### 3. Multiplicación de números racionales

La multiplicación de números racionales de la forma  $\frac{a}{b}$  se realiza multiplicando numerador por numerador de cada fracción para obtener el numerador de la fracción que resulta y denominador por denominador de cada fracción para obtener el denominador de la fracción resultante. Así:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

**Ejemplo:**  $\frac{1}{2} \cdot \frac{-4}{6}$

**Procedimiento:** Se utilizan las leyes de signos de la multiplicación para determinar el signo del resultado.  $+$   $\cdot$   $- = -$

Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador.

Se **simplifica** el resultado al máximo, si es posible.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{-4}{6} = \frac{1 \cdot -4}{2 \cdot 6} = \frac{-4}{12} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

**Nota:** Recuerde utilizar la ley de signos para números enteros. Y simplificar la fracción resultante.

#### 4. División de números racionales

- Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda; esto da como resultado el numerador de la nueva fracción.
- Luego, se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda; esto da como resultado el denominador de la nueva fracción.

Este procedimiento se conoce como multiplicar en forma de X. Así:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

**Ejemplo:**  $-\frac{6}{4} \div \frac{-5}{2}$

**Procedimiento:** Se multiplica numerador por denominador y colocamos el resultado en el numerador y se multiplica denominador por numerador y colocamos el resultado en el denominador. Se utilizan las leyes de signos de la división para determinar el signo del resultado.

$$- \div - = +$$

Se **simplifica** el resultado al máximo, si es posible.

$$-\frac{6}{4} \div \frac{-5}{2} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$



| Multiplicación |   |   |   |   | División |   |   |   |   |
|----------------|---|---|---|---|----------|---|---|---|---|
| +              | × | + | = | + | +        | ÷ | + | = | + |
| -              | × | - | = | + | -        | ÷ | - | = | + |
| +              | × | - | = | - | +        | ÷ | - | = | - |
| -              | × | + | = | - | -        | ÷ | + | = | - |

#### Ejemplos Adicionales

a.  $\frac{4}{7} \div \frac{-5}{3} =$

b.  $\frac{3}{\frac{4}{7}} =$

## Práctica #7

1. Resuelva las siguientes operaciones con números racionales en el **cuaderno**, debe escribir la **operación**, el **proceso** y la **respuesta final**. **Simplifique** el resultado si es posible.

a.  $\frac{7}{2} \cdot \frac{9}{4} =$

b.  $\frac{-3}{7} \cdot \frac{-5}{12} =$

c.  $\frac{-2}{5} \cdot \frac{-7}{10} =$

d.  $\frac{-2}{7} \div \frac{5}{21} =$

e.  $\frac{-30}{7} \div 3\frac{4}{5} =$

g.  $2\frac{1}{5} \cdot 6\frac{1}{2} =$

f.  $-2\frac{1}{3} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \frac{-2}{14} =$

h.  $\frac{-8}{4} \cdot \frac{5}{10} \div \frac{-3}{7} =$

2. Resuelva las siguientes situaciones problema en el cuaderno y escriba para cada una de ellas la **operación** que represente la situación planteada, la **resolución** de la operación y la **respuesta final**.

- a) Según una encuesta realizada recientemente en 30 000 personas, se encontró que casi las tres cuartas partes de ellos se comen la uñas. ¿Cuántas personas representan esa fracción?
- b) Doña Mariana compró 5 metros de plástico para forrar los cuadernos de sus hijos. Si en cada cuaderno gasta  $\frac{2}{5}$  de metro, ¿cuántos cuadernos puede forrar con esa cantidad de plástico?

### Potenciación de números racionales

La potencia de un número racional es el resultado de multiplicar ese racional por sí mismo tantas veces como indica el exponente.

Si  $a, b \in \mathbb{Z}$  (son números enteros),  $b \neq 0$  (diferente de 0) y  $n \in \mathbb{N}$  ( $n$  es un número natural)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdots \left(\frac{a}{b}\right)}_{n \text{ veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

## Ejemplos

$$1. \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{64}{125}$$

$$2. \left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$$

$$3. \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{-8}{27}$$

😊 **Recuerde:**

**Ley de signos para potencias**

- Potencias de **base negativa** y **exponente par**, resultado **positivo**.
- Potencias de **base negativa** y **exponente impar**, resultado **negativo**.

## Propiedades de potencias de números racionales

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>1. Exponente cero</b></p> $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ <p>Todo número con exponente 0 es igual a 1.</p> <p><b>Ejemplos</b></p> $\left(\frac{9}{13}\right)^0 = 1$ $\left(\frac{-6}{11}\right)^0 = 1$                                                                                                                                                           | <p><b>2. Producto de potencias de igual base</b></p> $\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$ <p>El producto de potencias de igual base, se conserva la base y se <b>suman</b> los exponentes.</p> <p><b>Ejemplos</b></p> $\left(\frac{4}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 =$ $\left(\frac{4}{3}\right)^{5+2} = \left(\frac{4}{3}\right)^7$ | <p><b>3. Cociente de potencias de igual base</b></p> $\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$ <p>El cociente de potencias de igual base, se conserva la base y se <b>restan</b> los exponentes.</p> <p><b>Ejemplos</b></p> $\left(\frac{-7}{5}\right)^8 \div \left(\frac{-7}{5}\right)^3 =$ $\left(\frac{-7}{5}\right)^{8-3} = \left(\frac{-7}{5}\right)^5$ |
| <p><b>4. Potencia de una potencia</b></p> $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$ <p>La potencia de una potencia, se conserva la base y se <b>multiplican</b> los exponentes.</p> <p><b>Ejemplo</b></p> $\left[\left(\frac{2}{9}\right)^3\right]^4 =$ $\left(\frac{2}{9}\right)^{3 \cdot 4} = \left(\frac{2}{9}\right)^{12}$ | <p><b>5. Exponente negativo de un número entero</b></p> $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ <p>Un número entero diferente de cero, con exponente negativo es igual a su recíproco con exponente positivo.</p> <p><b>Ejemplo</b></p> $8^{-5} = \frac{1}{8^5}$                                                                                                                                                             | <p><b>6. Exponente negativo de un número racional</b></p> $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ <p>Un número racional, con exponente negativo es igual a su recíproco con exponente positivo.</p> <p><b>Ejemplo</b></p> $\left(\frac{5}{12}\right)^{-4} = \left(\frac{12}{5}\right)^4$                                                                                                    |

## Práctica #8

a. Completo el siguiente cuadro con las partes de la potenciación, el desarrollo y la potencia.

| Potenciación                   | Partes de la potenciación | Desarrollo | Potencia (resultado) |
|--------------------------------|---------------------------|------------|----------------------|
| $\left(\frac{2}{3}\right)^4$   | Base:<br><br>Exponente:   |            |                      |
| $\left(-5\frac{1}{2}\right)^3$ | Base:<br><br>Exponente:   |            |                      |
| $\left(-\frac{8}{7}\right)^2$  | Base:<br><br>Exponente:   |            |                      |

b. Aplico las propiedades de potencias y expreso en una sola fracción con exponente positivo.

|                                                                                                           |                                                      |                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| a) $\left(\frac{-5}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{-5}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{-5}{7}\right)^{10} =$ | d) $\left[\left(\frac{11}{8}\right)^2\right]^{-3} =$ | g) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 =$   |
| b) $\left(\frac{7}{11}\right)^0 =$                                                                        | e) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} =$                 | h) $7^{-5} =$                                                       |
| c) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$         | f) $\left[\left(-\frac{1}{11}\right)^4\right]^2 =$   | i) $\left(\frac{-7}{3}\right)^6 \div \left(\frac{-7}{3}\right)^5 =$ |

## Práctica #9

Resuelva en forma ordenada los siguientes ejercicios

A. Calcule las siguientes potencias.

1)  $\left(\frac{7}{3}\right)^2$

6)  $\left(-5\frac{5}{6}\right)^0$

2)  $\left(\frac{-5}{4}\right)^3$

7)  $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$

3)  $\left(\frac{-1}{31}\right)^0$

8)  $(0,4)^4$

4)  $\left(\frac{-3}{4}\right)^4$

9)  $2^{-4}$

5)  $5^{-3}$

10)  $-4^{-2}$

B. Aplique las leyes de potencias para simplificar las siguientes expresiones. Exprese sus resultados en notación exponencial.

1)  $\left(\frac{5}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{15}$

4)  $(-6,5)^{15} \div (-6,5)^3$

2)  $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^{10}$

5)  $\left[\left(\frac{1}{11}\right)^6\right]^{-9}$

3)  $\left(\frac{-6}{11}\right)^{16} \div \left(\frac{-6}{11}\right)^6$

6)  $\left[\left(\frac{-1}{5}\right)^4\right]^8$

C. Aplique las leyes de potencias para resolver las siguientes operaciones. Simplifique sus resultados.

1)  $(0,5)^2 \cdot (0,5)^2$

5)  $\left(\frac{-2}{5}\right)^5 \div \left(\frac{-2}{5}\right)^4$

2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

6)  $(0,25)^3 \div (0,25)$

3)  $\left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3$

7)  $\left[\left(\frac{-1}{3}\right)^{-1}\right]^2$

4)  $\left(\frac{1}{9}\right)^5 \div \left(\frac{1}{9}\right)^3$

8)  $[(-0,8)^2]^2$

### 😊 Repaso

**Índice:** número ubicado sobre el radical.

**Raíz:** resultado de la radicación. Es el número que, elevado al índice, da como resultado el subradical

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

**Radical:** símbolo que se utiliza para denotar la radicación

**Cantidad subradical:** número ubicado dentro del radical. Este número es el que se calcula la raíz

### Ejemplos

$\sqrt{25} = 5$  porque  $5^2 = 25$

$\sqrt{49} = 7$  porque  $7^2 = 49$

**Cálculo de una raíz exacta:** En el cálculo de raíces se debe encontrar por medio de la **factorización**, un número racional que, elevado al índice de la raíz, dé como resultado el subradical.

**Ejemplo**

$$\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

|    |   |       |
|----|---|-------|
| 81 | 3 | } 3^4 |
| 27 | 3 |       |
| 9  | 3 |       |
| 3  | 3 |       |
| 1  |   |       |

### Radicación de números racionales

La raíz de una fracción es igual a la raíz del numerador entre la raíz del denominador.

Si  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  (son números enteros),  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$  (diferente de 0) y  $n \in \mathbb{N}$  ( $n$  es un número natural) y  $n > 1$ .

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{c}{d}$$

😊 **Recuerdo:**

**La raíz de un número negativo solo es posible de calcular cuando el índice es impar.**

### Ejemplos

1.  $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$



2.  $\sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{5}{2}$

Para determinar la raíz de una fracción, se separa la raíz del numerador y del denominador, luego se aplica el mismo procedimiento visto anteriormente para determinar la raíz de un número entero.

Realice el procedimiento en el cuaderno basándose en el ejemplo.

| Radicación                  | Términos de la radicación                                    | Factorización                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Raíz                                |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| $\sqrt[3]{\frac{216}{27}}$  | <b>Índice:</b> 3<br><br><b>Subradical:</b> $\frac{216}{27}$  | <div><div><div><div>216</div><div>108</div><div>54</div><div>27</div><div>9</div><div>3</div><div>1</div></div><div><div>2</div><div>2</div><div>2</div><div>3</div><div>3</div><div>3</div></div></div><div><div><div>27</div><div>9</div><div>3</div><div>1</div></div><div><div>3</div><div>3</div><div>3</div></div></div><div><math>2^3 \cdot 3^3</math></div><div><math>3^3</math></div></div> <div><math>\sqrt[3]{\frac{216}{27}} = \frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{2 \cdot 3}{3} = \frac{6}{3}</math></div> | $\frac{6}{3} = 2$<br>(simplificado) |
| $\sqrt{\frac{49}{100}}$     | <b>Índice:</b> 2<br><br><b>Subradical:</b> $\frac{49}{100}$  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                     |
| $\sqrt[5]{-\frac{243}{32}}$ | <b>Índice:</b> 5<br><br><b>Subradical:</b> $-\frac{243}{32}$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                     |

## Práctica #10

- a. Anote el índice y el subradical de cada uno de los siguientes radicales y calcule el resultado de las raíces, simplifique si es posible. Desarrollo las **factorizaciones** correspondientes.

| Radicación                     | Términos de la radicación  | Factorizaciones | Raíz |
|--------------------------------|----------------------------|-----------------|------|
| $\sqrt{\frac{36}{49}}$         | Índice:<br><br>Subradical: |                 |      |
| $\sqrt[4]{\frac{256}{625}}$    | Índice:<br><br>Subradical: |                 |      |
| $\sqrt[5]{-\frac{1024}{3125}}$ | Índice:<br><br>Subradical: |                 |      |

### Combinación de operaciones con números racionales

Para resolver operaciones combinadas en el conjunto de números racionales es importante contemplar el siguiente orden, según sea el caso:



El orden de prioridad de operaciones.

- Se realizan las potencias.
- Se efectúan las multiplicaciones y divisiones.
- Se realizan las sumas y las restas.

El orden de prioridad de paréntesis.

- Redondos ( )
- Cuadrados [ ]
- Llaves { }

**Nota:** Se inicia de izquierda a derecha cuando la operación tenga la misma prioridad. Si hay notación decimal o mixta, se convierte a fraccionaria antes de resolver las operaciones.

#### Ejemplo 1

Resuelva la siguiente operación combinada  $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} + 0,6 - \frac{3}{8} \cdot 5$

**Solución:**

$$\begin{aligned}
 &\sqrt[3]{\frac{1}{27}} + 0,6 - \frac{3}{8} \cdot 5 \\
 &\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{3}{8} \cdot 5 \\
 &\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{15}{8} \\
 &\frac{14}{15} - \frac{15}{8} \\
 &\frac{-113}{120}
 \end{aligned}$$

Primeramente resolvemos la raíz y pasamos el decimal a notación fraccionaria  $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  por su parte  $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\frac{1^3}{3^3}} = \frac{1}{3}$   
 Por prioridad de operaciones debemos realizar el producto, primeramente.  
 Dicho resultado se deriva de realizar la suma primeramente.

### Ejemplo 2

Determine el resultado final de la operación  $2 \left[ -5 \left( \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \right)^2 \right]$

**Solución:**

$$2 \left[ -5 \left( \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \right)^2 \right]$$

$$2 \left[ -5 \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right)^2 \right]$$

$$2 \left[ -5 \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)^2 \right]$$

$$2 \left[ -5 \left( \frac{7}{12} \right)^2 \right]$$

$$2 \left[ -5 \cdot \frac{49}{144} \right]$$

$$2 \left[ \frac{-245}{144} \right]$$

$$\frac{-245}{72}$$

Primeramente realizamos las raíces  $\sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1^2}{2^2}} = \frac{1}{2}$

Posterior realizamos el producto de fracciones dentro de paréntesis redondos.

Luego la suma resultante de los paréntesis redondos

Realizamos la potencia

Luego el producto dentro de los corchetes

Producto del 2 por el resultado de la multiplicación

## Práctica #11

1. Resuelva las siguientes operaciones combinadas, haciendo uso del orden de los signos de agrupación y orden en las operaciones, recuerde simplificar la respuesta al máximo. **Realice el procedimiento en el cuaderno.**

A.  $\frac{2}{5} \cdot \frac{-1}{4} + \frac{8}{3} =$

B.  $\frac{1}{5} \div \left( \frac{1}{7} + \frac{13}{10} \right) =$

C.  $\sqrt{\frac{25}{9}} - \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \frac{1}{9} =$

D.  $\left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) =$

E.  $\left[ \frac{4}{7} \left( \frac{5}{4} + \frac{7}{8} \right) \right]^2 - \frac{1}{4} =$

2. Resuelva las siguientes operaciones en el **cuaderno** y seleccione la respuesta correcta.

1. ¿Qué resultado se obtiene al resolver la siguiente operación  $\left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) \div \left( \frac{2}{15} - \frac{1}{3} \right)^2$ ?

( )  $\frac{125}{4}$

( )  $\frac{488}{19}$

( )  $\frac{28}{3}$

2. ¿Qué resultado se obtiene al resolver la siguiente operación  $\left(\sqrt{\frac{25}{81}}\right) \div \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2\right)^3 \cdot \frac{1}{2}$ ?

- ( ) 4957                      ( ) 34971                      ( ) 12960

3. Al resolver la siguiente operación  $\frac{3}{5} - \sqrt[5]{\frac{1}{32}} + \left(\frac{1}{5}\right)^2$  se obtiene como resultado:

- ( )  $\frac{51}{125}$                       ( )  $\frac{3}{10}$                       ( )  $\frac{7}{50}$

4. Resolviendo la siguiente expresión  $\left(\frac{9}{2} - \frac{15}{4}\right) + \left(\frac{10}{7} - \frac{18}{5}\right)$  se obtiene como resultado:

- ( )  $-\frac{53}{15}$                       ( )  $-\frac{199}{140}$                       ( )  $-\frac{1}{8}$

5. ¿Qué resultado se obtiene al resolver la siguiente operación  $\left(\sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}\right)$ ?

- ( )  $\frac{16}{5}$                       ( )  $\frac{11}{3}$                       ( )  $\frac{7}{6}$

6. Resolviendo la siguiente expresión  $\frac{3}{8} - \frac{5}{6} \div \frac{4}{3} + \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{9}$  se obtiene como resultado:

- ( )  $\frac{5}{12}$                       ( )  $\frac{1}{2}$                       ( )  $\frac{7}{5}$

#### C. Resuelva los siguientes problemas.

1. Don Jorge fue a la carnicería. Ahí compró  $2\frac{1}{2}$  kg de carne molida (1kg cuesta ₡5400), 1,5 Kg de chuletas de cerdo (1kg cuesta ₡4300), y  $\frac{8}{3}$  kg de pechuga de pollo (1kg cuesta ₡3000). ¿Cuánto dinero gastó don Jorge?

2. Un auto viaja 60,5 km/h por 2 horas y aumenta su velocidad a  $\frac{190}{3}$  km/h por 3,5 horas. ¿Cuántos kilómetros recorre en ese lapso?

3. Nicole realiza una fiesta en casa y de una pizza completa le quedaron  $\frac{4}{5}$  partes. Si su amigo Efraín desea comerse  $\frac{2}{3}$  de lo quedó de pizza. ¿Cuánto de la pizza completa le queda a Nicole?

4. De un terreno rectangular de 40 m de largo y 30 de ancho, se desea tomar  $\frac{2}{5}$  partes para sembrar café y  $\frac{1}{3}$  parte para sembrar aguacate. ¿Cuántos metros cuadrados quedarán disponibles del terreno?