

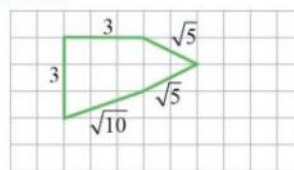
Nombre: _____ Sección: _____

Folleto #2**Perímetro y área de un polígono no regular**

Lea la siguiente situación:

Don Marco tiene un terreno irregular como lo muestra la figura, él desea poner una cerca de alambre en todo el terreno, para ello debe calcular el perímetro para saber cuántos metros de alambre necesita comprar. ¿Qué procedimiento debería realizar para calcular el perímetro? ¿Cuál sería el perímetro aproximado?

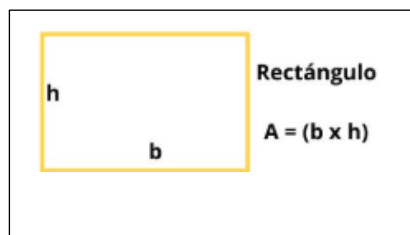
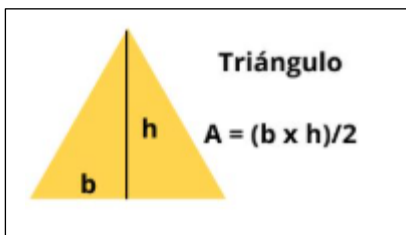
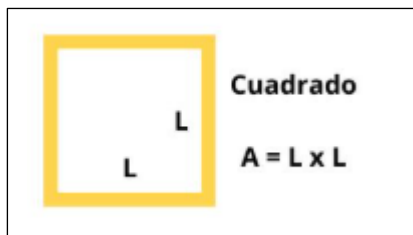
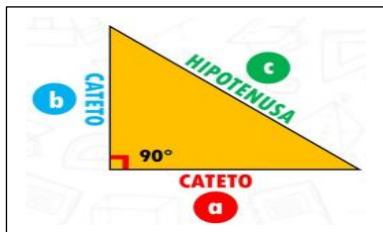
FIGURA:



R/ _____

Perímetro: Para determinar el perímetro de un polígono se suman las medidas de todos sus lados.

Área: Para determinar el área de un polígono irregular se divide ya sea en triángulos, en cuadrados o rectángulos o figuras donde sea fácil calcular su área y después suman todas las áreas. Por lo tanto, es importante recordar las siguientes fórmulas:

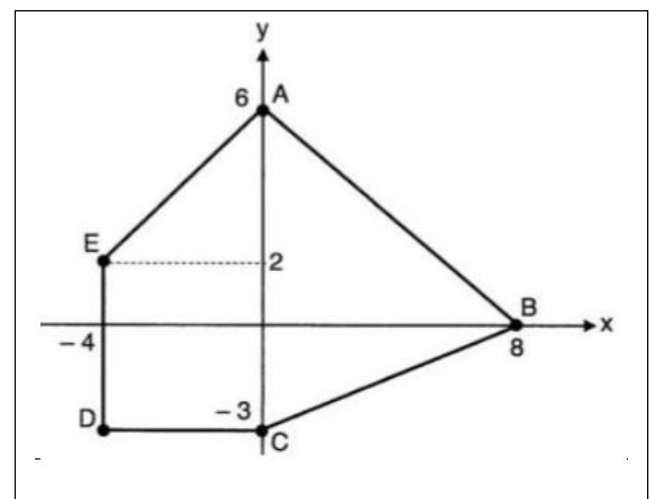
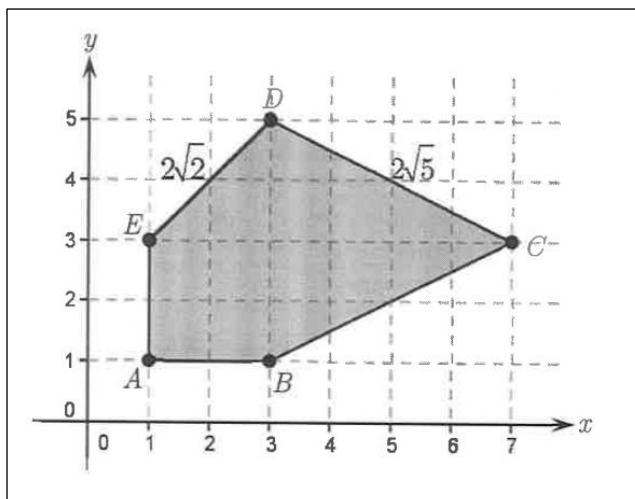
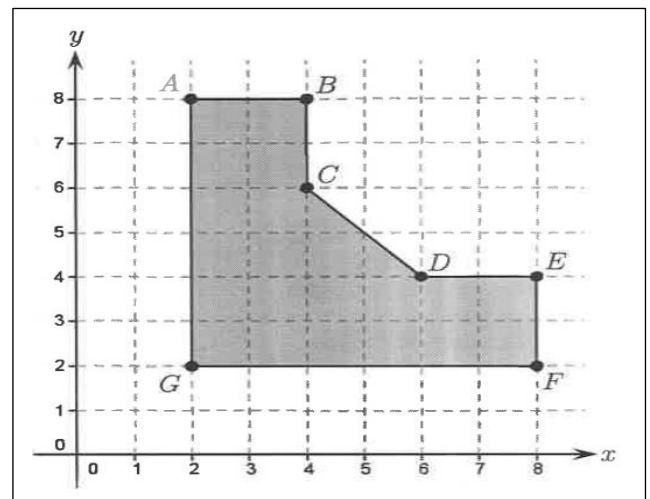
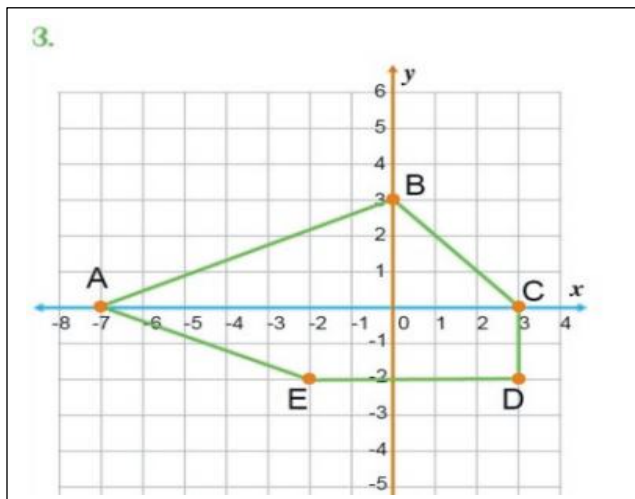
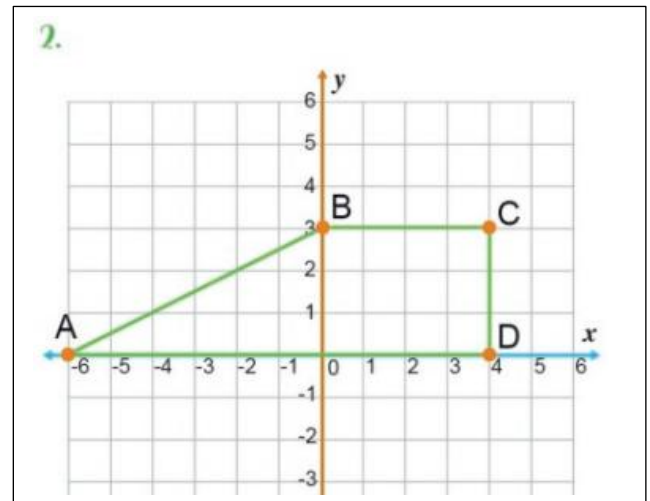
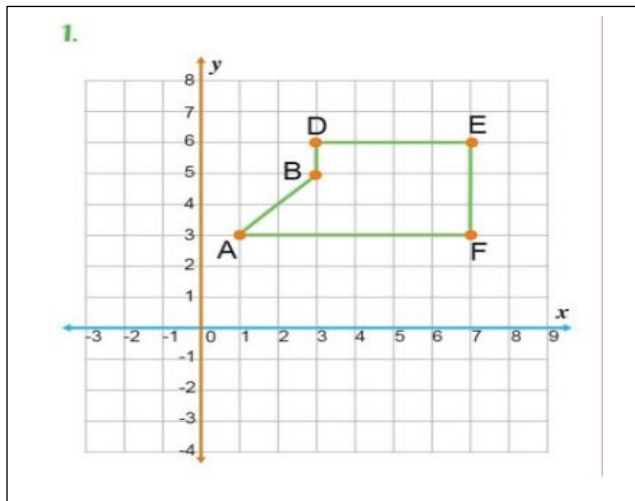
Además, recuerde el **teorema de Pitágoras**:

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{\text{cateto}^2 + \text{cateto}^2}$$

$$\text{cateto} = \sqrt{\text{hipotenusa}^2 - \text{cateto}^2}$$

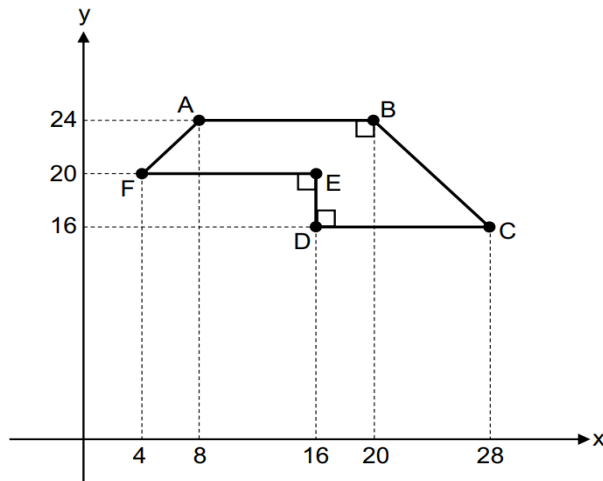
Práctica #1

1) Calcule en su cuaderno el área y perímetro de las siguientes figuras:



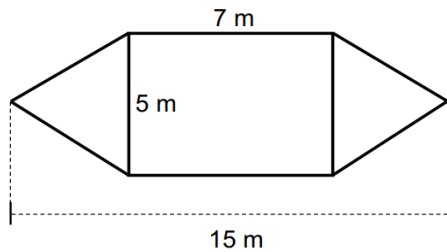
2) Resuelva los siguientes ejercicios de prueba estandarizada:

- 1) La siguiente representación gráfica, cuyas unidades están en metros, muestra el polígono ABCDEF que representa la superficie del patio de una casa:



De acuerdo con la información anterior, si se requiere cubrir con una capa de cemento la totalidad de la superficie de ese patio, entonces, ¿cuántos metros cuadrados se requieren cubrir?

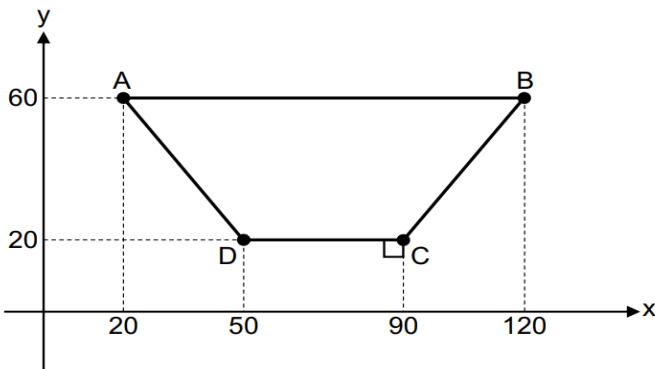
- A) 57
B) 104
C) 208
- 2) La siguiente figura, que representa la superficie de un jardín, está compuesta por un rectángulo y dos triángulos congruentes entre sí:



De acuerdo con la información anterior, si se requiere colocar zacate a la totalidad de la superficie de ese jardín, entonces ¿cuántos metros cuadrados de zacate se requieren?

- A) 45
B) 55
C) 75

- 3) La siguiente representación gráfica, cuyas unidades están en centímetros, muestra el trapecio ABCD correspondiente a la superficie de un pupitre:



De acuerdo con la información anterior, si se requiere colocar una cinta adhesiva alrededor de la totalidad del borde de esa superficie, entonces, ¿cuántos centímetros de cinta, como mínimo, se requieren?

- A) 193
- B) 220
- C) 240

Polígonos regulares

Un polígono es regular si todos sus lados y ángulos internos respectivamente son iguales.

	Lado Cada uno de los lados de la línea poligonal cerrada. Además, son congruentes. l	Vértice Cada uno de los puntos comunes a dos lados. V	Centro Punto que equidista de todos los vértices. O	Apotema Segmento que une el centro del polígono con el punto medio de cada lado de forma perpendicular. a_p
Radio Segmento que une el centro del polígono con cada uno de los vértices. r	Diagonal Segmento cuyos extremos son dos vértices no consecutivos. d	Ángulo interno Cada uno de los ángulos formados por dos vértices consecutivos. θ	Ángulo central Cada uno de los ángulos formados por dos radios consecutivos. α	Ángulo externo Cada uno de los ángulos que tiene como vértice un vértice del polígono y como rayos a un lado y la prolongación del lado consecutivo. β

CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS REGULARES

Triángulo equilátero 3 lados	Cuadrado 4 lados	Pentágono 5 lados	Hexágono 6 lados	Heptágono 7 lados	Octágono 8 lados
Nonágono 9 lados	Decágono 10 lados	Endecágono 11 lados	Dodecágono 12 lados	Pentadecágono 15 lados	Icoságono 20 lados

Fórmulas de un polígono regular

Calcule las medidas de cada uno de los siguientes datos para un nonágono.

Dato solicitado	Fórmula	Ejemplo para n = 9
Medida de un ángulo central.	$m_{\angle c} = \frac{360^\circ}{n}$	$m_{\angle c} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$
Suma de las medidas de los ángulos centrales.	$\sum \angle c = 360^\circ$	360°
Medida de un ángulo externo.	$m_{\angle e} = \frac{360^\circ}{n}$	$m_{\angle e} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$
Suma de las medidas de los ángulos externos.	$\sum m_{\angle e} = 360^\circ$	360°
Medida de un ángulo interno.	$m_{\angle i} = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$	$m_{\angle i} = \frac{180^\circ(9-2)}{9} = 140^\circ$
Suma de las medidas de los ángulos internos.	$\sum m_{\angle i} = 180^\circ(n-2)$	$\sum m_{\angle i} = 180^\circ(9-2) = 1260^\circ$
Cantidad de diagonales desde un vértice.	$d = n - 3$	$D = 9 - 3 = 6$
Cantidad de diagonales desde todos los vértices.	$D = \frac{n(n-3)}{2}$	$D = \frac{9(9-3)}{2} = 27$

Práctica #2

A. Resuelva los siguientes ejercicios.

POLÍGONO REGULAR	MEDIDA DEL ÁNGULO CENTRAL	MEDIDA DEL ÁNGULO INTERNO	SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS	DIAGONALES DESDE UN VÉRTICE.	TOTAL DE DIAGONALES
Pentágono					
Hexágono					
Nonágono					
Endecágono					

B. Resuelva los siguientes ejercicios.

1. Determine la medida de un ángulo interno de un polígono regular si su ángulo externo mide 45° .	2. Determine el total de diagonales que se pueden trazar en un polígono regular si su ángulo interno mide 108° .	3. ¿Cuánto mide el ángulo externo de un polígono regular si se pueden trazar 9 diagonales desde un vértice?
4. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice en un polígono regular si la suma de las medidas de los ángulos internos da 900?	5. Si en un polígono regular, su ángulo central mide 40° , calcule la suma de las medidas de los ángulos internos.	6. Calcule la medida del ángulo externo de un polígono regular si se pueden trazar 170 diagonales desde todos los vértices.

C. Resuelva los siguientes ejercicios.

1. Mario construyó una pecera cuyo borde tiene forma de polígono regular y cuyo ángulo interno mide 120° , determine la medida del ángulo externo.

2. Si se construye una ventana cuya suma de las medidas de los ángulos internos es de 1080° , y se desea dividir trazando sus diagonales, ¿cuántas se pueden trazar en total?

Área de un polígono regular

En el caso de un polígono regular en general donde se conoce la medida del lado se puede utilizar la fórmula general: $A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot ap}{2}$ (Recuerde que el perímetro es la suma de todos sus lados)

Además, en geometría hay 3 polígonos especiales que tiene una fórmula específica para obtener su área, los cuáles son los siguientes:

Cuadrado	Triángulo equilátero	Hexágono regular
$A = L \cdot L = L^2$	$A = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$	$A = \frac{3 \cdot L^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$ Además, solo en el hexágono se cumple $r = L$

Ejemplos: resuelva en su cuaderno:

1) Sea un pentágono regular con una apotema de 6cm, calcule los siguientes datos:

- a) Radio
- b) Lado
- c) Perímetro
- d) Área

2) Sea un octágono regular de 12cm de lado, calcule los siguientes datos:

- a) Radio
- b) Apotema
- c) Perímetro
- d) Área

3) Sea un hexágono regular de 10cm de radio, calcule los siguientes datos:

- a) Lado
- b) Apotema
- c) Perímetro
- d) Área

Práctica #3

1) Encuentre el área de cada uno de los siguientes polígonos.

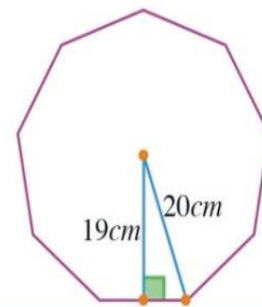
- a) Triángulo equilátero cuya apotema mide 15cm.
- b) Pentágono regular de lado 14cm.
- c) Decágono regular de radio 6cm.
- d) Dodecágono regular de radio 20cm.
- e) Heptágono regular de lado 8cm.

2) Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios:

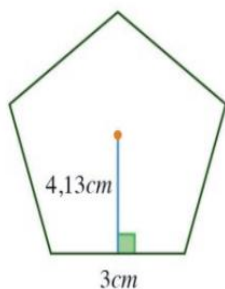
1. Calcule la medida aproximada del radio de un heptágono cuya apotema mide 23 cm y lado 22,15 cm.

2. Calcule la medida de la apotema de un nonágono cuyo lado mide 14 cm y radio 20,47 cm.

3. Calcule la medida del lado de siguiente polígono.

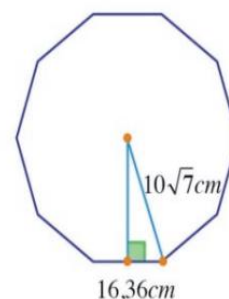


4. Calcule la medida del radio del siguiente polígono.



5. Calcule el radio de un nonágono si su apotema mide $\frac{5}{2}cm$ y su lado mide 1,82 cm.

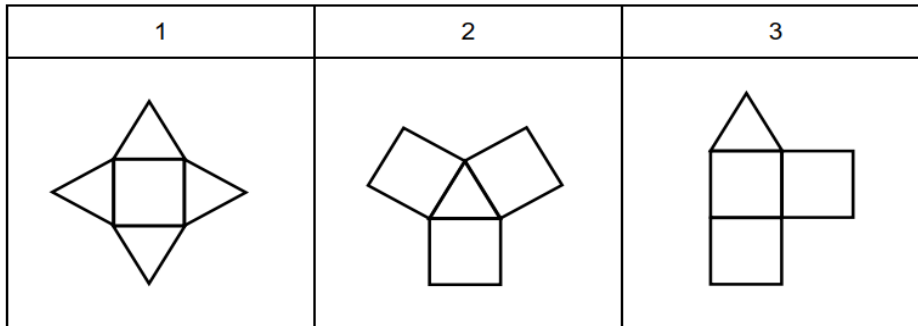
6. Determine la medida de la apotema del siguiente polígono.



3) Resuelva los siguientes ejercicios de prueba estandarizada:

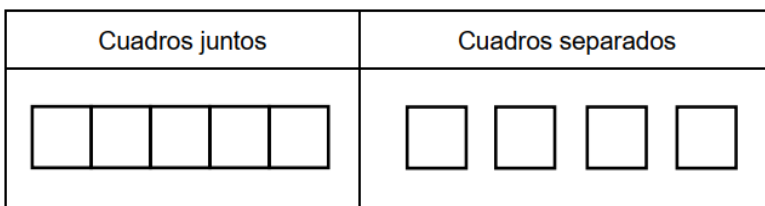
- 1) Un juego consiste en formar figuras con algunas de sus piezas, las cuales se colocan una a la par de la otra. Las piezas que trae el juego tienen forma de distintos polígonos regulares y la medida de los lados es la misma en todas las piezas.

Con algunas de esas piezas se podrían formar las siguientes tres figuras identificadas con 1, 2 y 3:



De acuerdo con la información anterior, ¿cuál de las figuras formadas tiene menor perímetro?

- A) 1
B) 2
C) 3
- 2) En una feria de arte, hay nueve cuadros del mismo tamaño y la superficie de cada uno de ellos tiene forma de cuadrado. Se juntan cinco cuadros que forman una figura y los otros cuatro cuadros se colocan separados, tal y como se muestra a continuación:



De acuerdo con la información anterior, el perímetro de la figura formada por los cuadros juntos es

- A) igual que la suma de los perímetros de los cuadros separados.
B) mayor que la suma de los perímetros de los cuadros separados.
C) menor que la suma de los perímetros de los cuadros separados.

- 3) La superficie de un reloj de pared tiene forma de hexágono. Si la medida de un radio del hexágono que representa esa superficie es 12 cm, entonces, ¿cuál es la medida del perímetro de ese hexágono?
- A) 36 cm
B) 72 cm
C) 144 cm
- 4) Miguel necesita construir una mesa de madera cuya superficie tenga forma de hexágono regular. Si él requiere que la medida de un radio del hexágono que representa esa superficie sea de 1 m, entonces, ¿cuál será el perímetro de la superficie de la mesa que Miguel requiere construir?
- A) 3 m
B) 6 m
C) 12 m
- 5) Considere un polígono regular, tal que, la medida de un ángulo central es 60° . Si la longitud del lado es 5, entonces el perímetro de ese polígono es
- A) 10
B) 20
C) 25
D) 30

Esfera

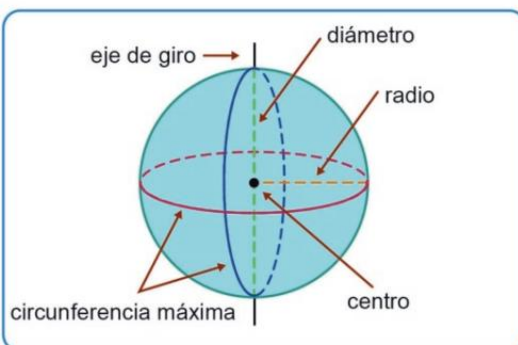
Lea la siguiente situación:

En la provincia de Puntarenas, se encontraron varias esferas de piedra enterradas, una de ellas mide 2,66m de diámetro. Si se desea calcular el área de esta esfera, ¿cuál podría ser una fórmula conocida que se puede utilizar?

FIGURA:



SOLUCIÓN:



Una esfera es la superficie formada por todos los puntos del espacio tales que la distancia (llamada radio) a un punto determinado, denominado centro, es siempre la misma.

Fórmula para determinar el área de una esfera

$$A = 4\pi r^2$$

Cilindro circular recto

Lea la siguiente situación:

Miriam va a realizar una manualidad con un cilindro de cartón cuya base tiene 0,25 m de radio, para ello necesita hacer dos tapas y quiere calcular si un pliego de 1 m² de cartón le alcanza para realizarlas. Determine si esa cantidad de cartón es suficiente o necesita comprar más.

FIGURA:



SOLUCIÓN:

CILINDRO CIRCULAR RECTO

Consiste en dos círculos y un rectángulo.	Esta figura geométrica se genera por la rotación de un rectángulo alrededor de uno de sus lados, el cual gira hasta volver a ocupar su posición inicial.	Área basal $A_b = 2 \cdot \pi \cdot r^2$ Área lateral $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ Área total $A_t = A_{basal} + A_{lateral}$
--	---	--

SECCIONES PLANAS DE UN CILINDRO

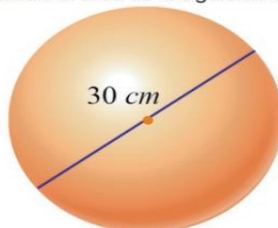
Elipse Plano oblicuo al eje.	Círculo Plano paralelo a la base.	Rectángulo Plano paralelo a la generatriz.
---	--	---

Práctica #4

A. Resuelva los siguientes ejercicios.

1. Calcule el área de una esfera cuyo radio mide 60 cm.

2. Calcule el área de la siguiente esfera.

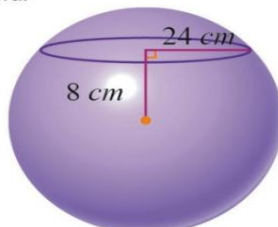


3. ¿Cuánto mide el radio de una esfera si su área es de $324\pi\text{m}^2$?

B. Resuelva los siguientes ejercicios.

1. Si a una esfera de 20 cm de radio se le realiza un corte con un plano a 10 cm del centro, entonces determine la medida del diámetro de la sección plana resultante del corte.

2. Determine el área de la siguiente esfera.



3. Si a una esfera de 24 cm de diámetro se le realiza un corte con un plano del cual resulta una sección plana de 10 cm de radio, determine a qué distancia del centro se realizó el corte.

1. Calcule el área lateral de un cilindro circular recto si el radio de su base mide 17 cm y su altura mide 40 cm.

2. Calcule la medida del radio de un cilindro circular recto si su área lateral mide $160\pi \text{ cm}^2$ y su altura mide 10 cm.

3. Calcule el área lateral de un cilindro cuya área basal es de $128\pi \text{ cm}^2$ y su altura mide 15 cm.

B. Resuelva los siguientes ejercicios de prueba estandarizada:

1) Considere la siguiente información:

Un tallo de bambú, que tiene forma de cilindro circular recto, se utilizó para elaborar dos instrumentos musicales. Para ello, a ese tallo se le realizó un corte oblicuo con respecto a sus bases sin intersecarlas.

De acuerdo con la información anterior, las secciones planas que se obtuvieron en ese tallo, producto del corte realizado, corresponden a

- A) elipses.
- B) rectángulos.
- C) circunferencias.

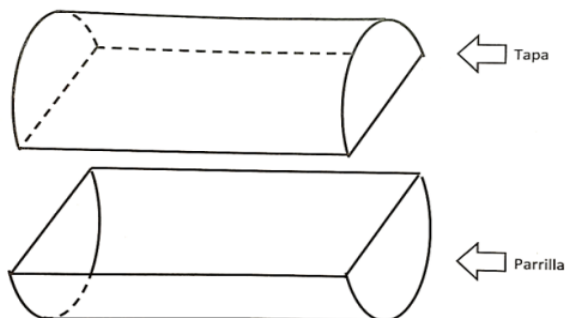
2) Para reparar una fuga de agua, a un tubo metálico que tiene forma de cilindro circular recto se le realizó un corte plano oblicuo con respecto a sus bases, tal y como se muestra en la siguiente figura:



De acuerdo con la información anterior, la forma que tiene la sección plana, de la parte 1, obtenida producto del corte realizado a ese tubo corresponde a

- A) una elipse
- B) una circunferencia
- C) dos segmentos paralelos

- 3) Para fabricar una parrilla con su respectiva tapa, a un estañón cilíndrico circular recto de metal se le realiza un corte perpendicular a las bases tal y como se muestra en la siguiente figura:



De acuerdo con la información anterior, ¿qué figura plana se obtiene producto de este corte?

- A) una elipse
- B) un rectángulo
- C) una circunferencia

- 4) Una lámpara se fabrica a partir de una esfera de vidrio, a la cual se le realizó un corte plano para obtener así la abertura de esa lámpara. La medida del radio de esa esfera es 20 cm. Además, cuando se realizó ese corte, el centro de la abertura de la lámpara está a 12 cm del centro de la esfera. ¿Cuál es la medida del radio de la abertura de esa lámpara?

- A) 16 cm
- B) 20 cm
- C) 32 cm

- 5) Una máquina fabrica copas a partir de esferas de vidrio. La medida del radio de cada una de esas esferas es 5 cm. Para elaborar cada copa la máquina le realiza un corte, a cada esfera, para obtener así una sección plana que representa la abertura de la copa. Si el centro de esa sección plana está a 3 cm del centro de cada esfera de vidrio, entonces, ¿cuál es la medida del radio de la abertura de cada copa fabricada?

- A) 2 cm
- B) 4 cm
- C) 6 cm