



Conceptos Geométricos

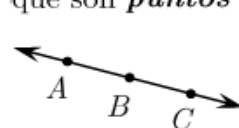
En *Geometría* existen algunos conceptos básicos que debemos conocer e identificar en figuras geométricas más complejas. Para comenzar, veamos tres conceptos que no tienen definición, sin embargo los conocemos por la noción intuitiva de los mismos:

Conceptos Primitivos

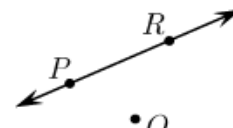
Nombre	Representación Gráfica	Representación Simbólica
<i>Punto</i>		A
<i>Recta</i>		$\overleftrightarrow{AB}$ o $\overleftrightarrow{BA}$ m
<i>Plano</i>		β o ABC

De forma intuitiva, podemos asociar el *punto* con un grano de arena, la *recta* con un hilo tenso, y el *plano* con una pared. Además, podemos establecer entre ellos algunas relaciones entre ellos:

- ✓ **Puntos Colineales:** Son tres o más puntos que pertenecen a la misma recta, en caso contrario, diremos que son **puntos no colineales**:

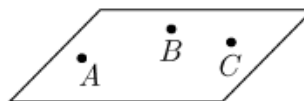


A , B y C son
puntos colineales
Simbólicamente:
 $A - B - C$

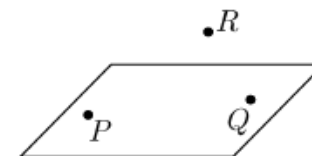


P , R y Q son
puntos no colineales

- ✓ **Puntos Coplanares:** Son tres o más puntos que pertenecen al mismo plano, en caso contrario, diremos que son **puntos no coplanares**:

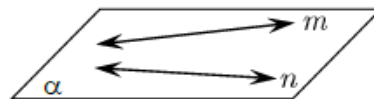


A , B y C son
puntos coplanares

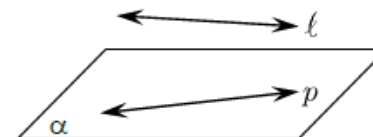


P , R y Q son
puntos no coplanares

- ✓ **Rectas Coplanares:** Son dos o más rectas que pertenecen al mismo plano, en caso contrario, diremos que son **rectas no coplanares**:



m y n son
rectas coplanares

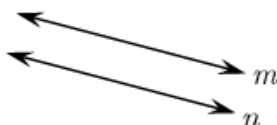


p y ℓ son
rectas no coplanares

- ✓ **Rectas Paralelas:** Son dos o más rectas coplanares que no se intersecan:

m y n son rectas paralelas

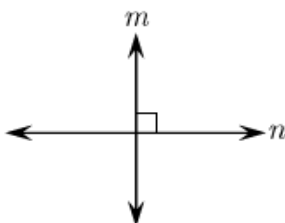
Simbólicamente: $m \parallel n$



- ✓ **Rectas Perpendiculares:** Son dos rectas que se intersecan formando un ángulo recto, es decir, de 90° :

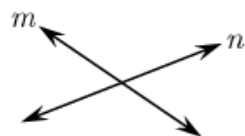
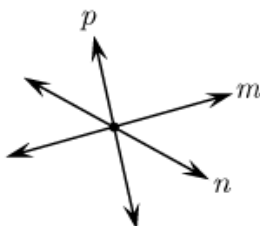
m y n son rectas perpendiculares

Simbólicamente: $m \perp n$

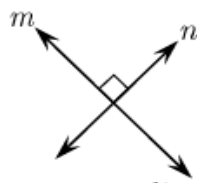


- ✓ **Rectas Concurrentes:** Son dos o más rectas que se intersecan en un mismo punto. Si son dos rectas y el ángulo que se forma entre ellas no es recto, se llaman *oblicuas*:

p , m y n son rectas concurrentes



rectas oblicuas



rectas perpendiculares

Existen otras figuras geométricas que se definen a partir de una recta, veamos:

Partes de una recta

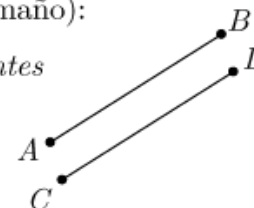
Nombre	Representación Gráfica	Representación Simbólica
Segmento		$\overline{AB}$ o $\overline{BA}$
Rayo		$\vec{AB}$
Semirrecta		$\overrightarrow{AB}$

Con respecto a los segmentos, definimos:

- ✓ **Segmentos Congruentes:** Son dos segmentos que tienen la misma medida (o mismo tamaño):

$\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son segmentos congruentes

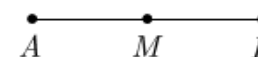
Simbólicamente: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$



- ✓ **Punto Medio:** Es el punto que divide al segmento en dos segmentos congruentes:

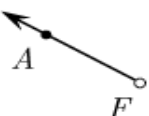
M es el punto medio de $\overline{AB}$

Simbólicamente: $\overline{AM} \cong \overline{MB}$

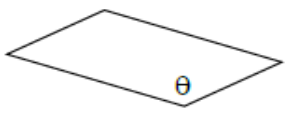


➡ EJEMPLOS.

1) Escriba el nombre y la notación simbólica de las siguientes figuras geométricas.

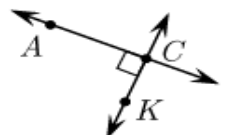
a)  Nombre: _____
Notación: _____

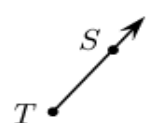
b)  Nombre: _____
Notación: _____

c)  Nombre: _____
Notación: _____

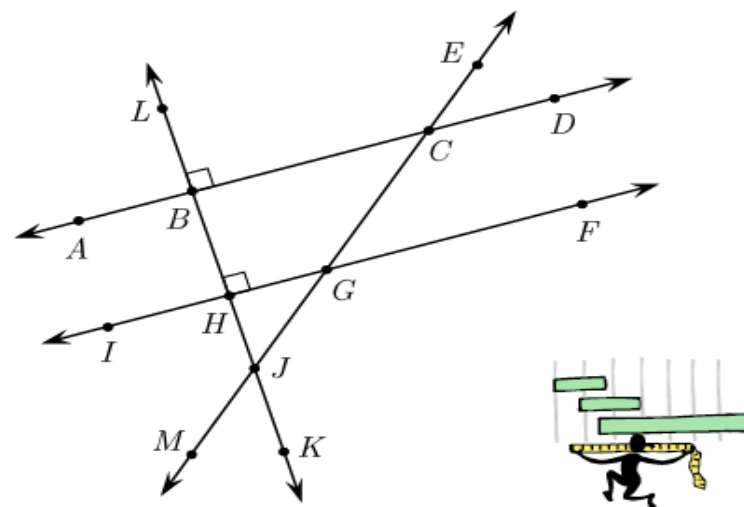
d)  Nombre: _____
Notación: _____

e)  Nombre: _____
Notación: _____

f)  Nombre: _____
Notación: _____

g)  Nombre: _____
Notación: _____

2) En la siguiente identifique los elementos que se solicitan, utilizando la simbología adecuada.



- a) Dos segmentos _____
- b) Tres rectas _____
- c) Dos semirrectas _____
- d) Dos rayos _____
- e) Dos rectas paralelas _____
- f) Dos rectas perpendiculares _____
- g) Dos rayos con origen en B _____
- h) Dos rectas oblicuas _____
- i) Tres puntos colineales _____
- j) Cuatro puntos no colineales _____



Guía de Trabajo

Nombre:

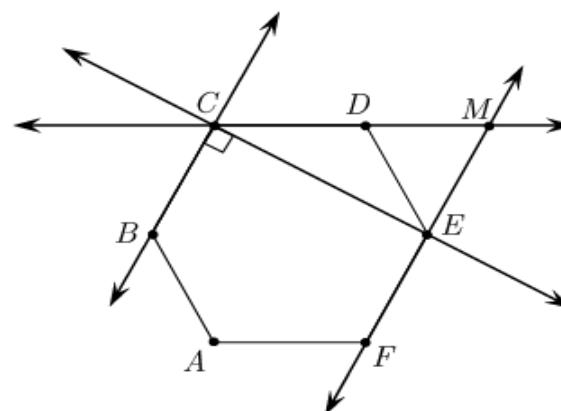
Sección:

() Trabajo Cotidiano.	() Trabajo Extraclase. Fecha entrega:					
Escala:	Excelente 4 – Bueno 3 – Regular 2 – Deficiente 1					
Indicador	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	Total 20
Obtenido						

A. Escriba las palabras punto, recta o plano, de acuerdo a la noción intuitiva de los siguientes objetos.

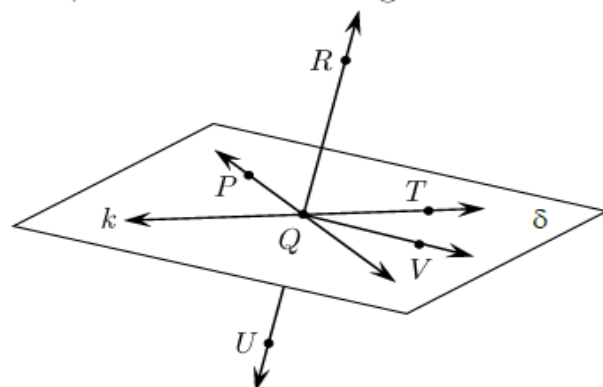
- 1) La superficie de un pupitre _____
- 2) Un grano de sal _____
- 3) La superficie de una mesa de pool _____
- 4) El piso del aula _____
- 5) Una estrella en el cielo _____
- 6) Los cables de una cerca _____
- 7) El vidrio de una ventana _____
- 8) Una varilla de construcción _____

B. En la siguiente figura, se muestra un hexágono regular y algunas rectas trazadas en él. Identifique los elementos que se solicitan, utilizando la simbología adecuada.



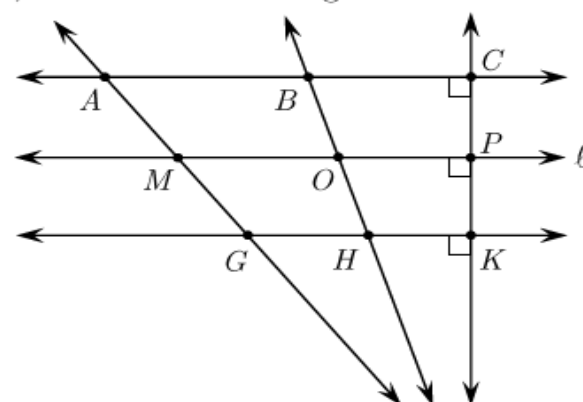
- 1) Dos rayos _____
- 2) Dos semirrectas _____
- 3) Dos rectas _____
- 4) Dos segmentos _____
- 5) Dos rectas paralelas _____
- 6) Dos rectas perpendiculares. _____
- 7) Tres rectas concurrentes _____
- 8) Dos segmentos paralelos _____
- 9) Tres puntos colineales _____
- 10) Tres puntos no colineales _____

C. En la siguiente figura identifique los elementos que se solicitan, utilizando la simbología adecuada.



- 1) Tres puntos colineales _____
- 2) Cuatro puntos coplanares _____
- 3) Tres puntos no coplanares _____
- 4) Dos rectas coplanares _____
- 5) Dos rectas no coplanares _____
- 6) Un rayo con origen en Q _____
- 7) Dos puntos que no pertenezcan plano δ _____
- 8) Una recta que no pertenezca al plano δ _____
- 9) Otra forma de nombrar la recta k _____

D. En la siguiente figura identifique los elementos que se solicitan, utilizando la simbología adecuada.



- 1) Una recta paralela a $\overleftrightarrow{AC}$ _____
- 2) Una recta perpendicular a $\overleftrightarrow{MP}$ _____
- 3) Una recta paralela a $\overleftrightarrow{HK}$ _____
- 4) Una recta perpendicular a $\overleftrightarrow{CP}$ _____
- 5) Todos los rayos con origen en O _____
- 6) Todas las semirrectas con origen en H _____
- 7) Tres puntos colineales que pertenezcan a la recta ℓ _____
- 8) Cuatro puntos no colineales _____
- 9) Tres rectas no paralelas _____



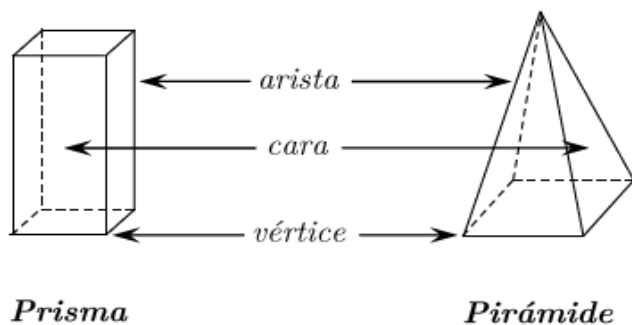
Figuras Tridimensionales

Hemos estudiado muchas figuras geométricas muy importantes, sin embargo, no logran representar el mundo tridimensional que nos rodea. Es por ello que se ha desarrollado la *Geometría del Espacio*, la cual trata de estudiar figuras con tres dimensiones: *largo*, *ancho* y *alto*.

La mayor parte de este mundo tridimensional se basa en cinco figuras sólidas muy familiares para nosotros: cajas, pirámides, conos, bolas y envases.

No es nuestro objetivo profundizar en este estudio, por lo cual vamos a enfocarnos en las *cajas*, conocidas geoméricamente como *poliedros*.

Se llama **poliedro** a la porción del espacio limitada, por polígonos. Estos polígonos se llaman **caras**, las intersecciones de estas caras se llaman **aristas**, y las intersecciones de estas aristas se llaman **vértices**. Existen dos tipos de poliedros, los **primas** y las **pirámides**.

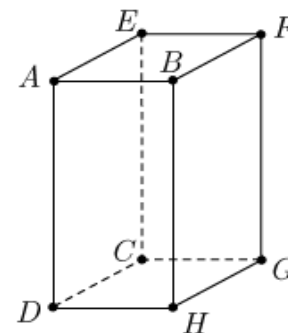


Prisma

Pirámide

En una figura tridimensional podemos identificar estos elementos de forma simbólica, tal como lo hicimos con las figuras de la sección anterior.

⇒ **EJEMPLOS.** En el siguiente prisma rectangular, identifique los elementos que se solicitan, utilizando la simbología adecuada.



- 1) Dos aristas _____
- 2) Dos vértices _____
- 3) Dos caras _____
- 4) Dos planos paralelos _____
- 5) Dos planos perpendiculares _____
- 6) Dos segmentos paralelos _____
- 7) Dos aristas que compartan el vértice *C* _____
- 8) Dos planos que compartan la arista *AB* _____
- 9) Cuatro puntos coplanares _____

Investigue si existen aplicaciones en su teléfono celular para visualizar *figuras geométricas tridimensionales*.



TRABAJO COTIDIANO 9 Establecer relaciones entre los diversos elementos de figuras tridimensionales: vértices, caras y aristas, rectas y segmentos paralelos, perpendiculares, planos paralelos y perpendiculares



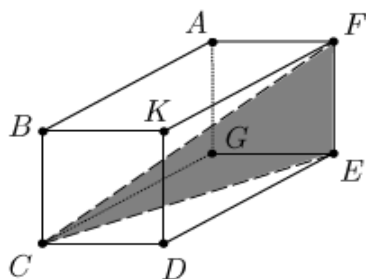
Guía de Trabajo

Nombre:

Sección:

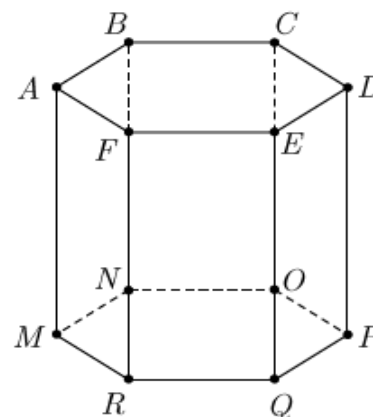
() Trabajo Cotidiano.	() Trabajo Extradase. Fecha entrega:				
Escala:	Excelente 4 – Bueno 3 – Regular 2 – Deficiente 1				
Indicador	4.6	4.7	4.8	4.9	Total 16
Obtenido					

A. De acuerdo con el siguiente prisma rectangular, identifique las partes que se indican a continuación.



- 1) Tres aristas con vértice en G _____
- 2) Dos planos que contengan a $\overline{CD}$ _____
- 3) Un plano paralelo a KDE _____
- 4) Un plano paralelo a BCD _____
- 5) Un plano perpendicular a CDE _____
- 6) Una arista paralela a $\overline{ED}$ _____
- 7) Un vértice opuesto a C _____

B. De acuerdo con el siguiente prisma hexagonal, identifique las partes que se indican a continuación.



- 1) Dos aristas con vértice en R _____
- 2) Dos vértices _____
- 3) Dos caras _____
- 4) Dos planos paralelos _____
- 5) Dos planos perpendiculares _____
- 6) Dos aristas paralelas _____
- 7) Dos aristas perpendiculares _____

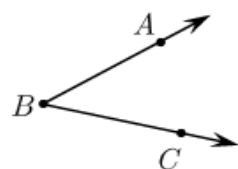
C. Investigue cómo construir un cubo y constrúyalo, utilizando cartulina o papel construcción.





Definición de Ángulo

Un ángulo está formado por dos rayos que tienen el mismo origen. El origen común se llama **vértice**. Los rayos se llaman **lados**.

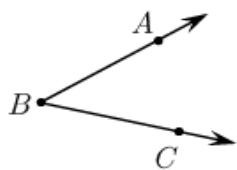


B : _____

$\overrightarrow{BA}$: _____

$\overrightarrow{BC}$: _____

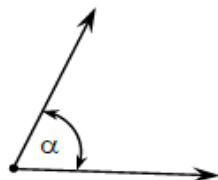
Los ángulos pueden nombrarse de distintas maneras, utilizando el símbolo $\angle$.



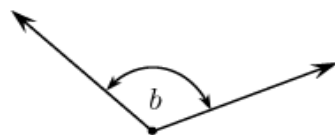
ángulo B : $\angle B$

ángulo ABC : _____

ángulo CBA : _____



ángulo α : $\angle \alpha$



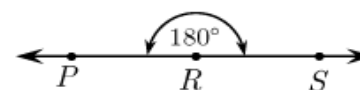
ángulo b : _____

Clasificación de los Ángulos



Tal como vimos en la página anterior, los ángulos pueden clasificarse de acuerdo a su **medida** en *agudos*, *rectos* y *obtusos*. A esta clasificación, vamos a agregar un nombre más:

Ángulo Llano: Es el ángulo que mide exactamente 180° .



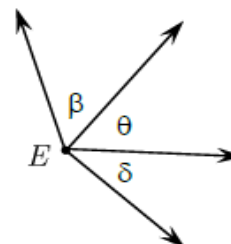
$P - R - S$

$$m\angle PRS = 180^\circ$$

Además, los ángulos se pueden clasificar de acuerdo a la **posición** que ocupan en una figura, veamos:

Ángulos Adyacentes: Son dos ángulos que tienen un mismo vértice y un lado en común.

Por ejemplo, en la siguiente figura,



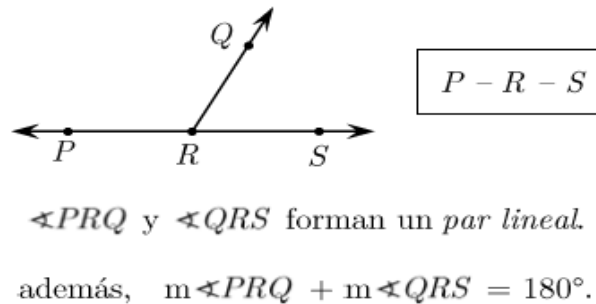
$\angle \beta$ y $\angle \theta$ son *adyacentes*.

$\angle \theta$ y $\angle \delta$ son *adyacentes*.

$\angle \beta$ y $\angle \delta$ son *no adyacentes*.

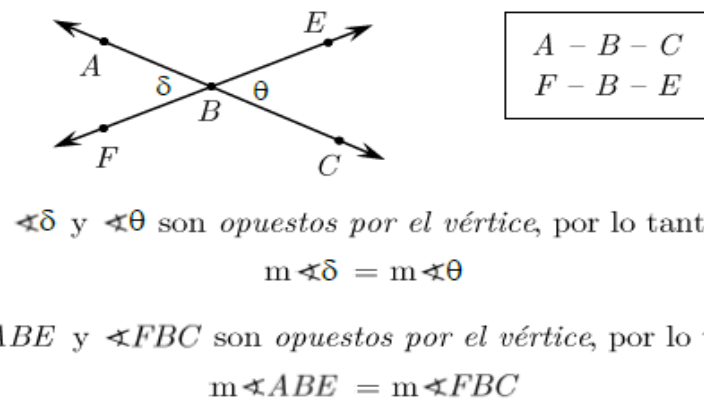
Par Lineal: Son dos ángulos que son adyacentes, de forma que sus lados no comunes están en línea recta. Es decir, son dos ángulos adyacentes que suman 180° .

Por ejemplo, en la siguiente figura



Opuestos por el vértice: Son dos ángulos no adyacentes formados por dos rectas concurrentes. Además, los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.

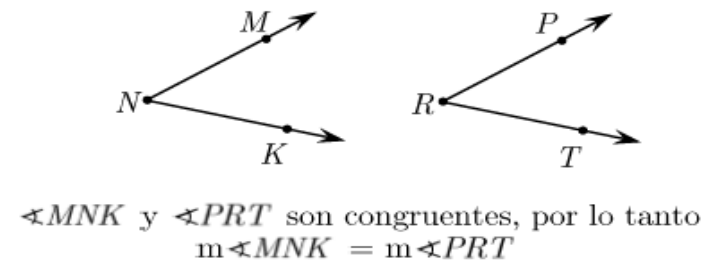
Por ejemplo, en la siguiente figura



También podemos clasificar los ángulos a través de la ***comparación*** de sus medidas con otros ángulos, veamos:

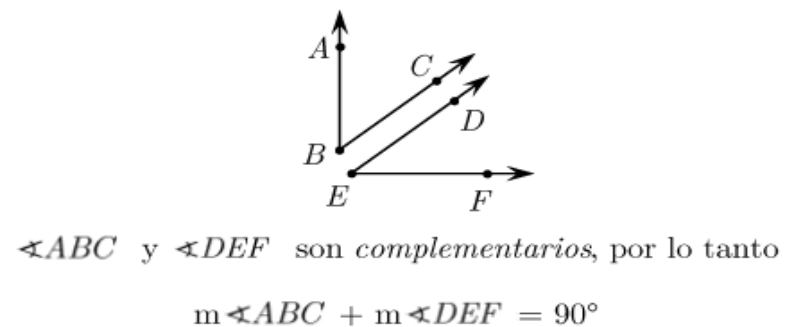
Ángulos Congruentes: Son dos o más ángulos que tienen la misma medida.

Por ejemplo, en la siguiente figura



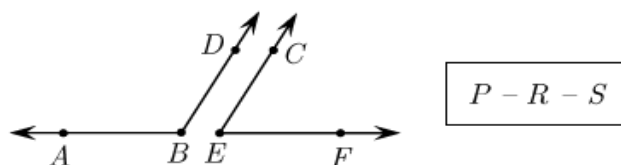
Ángulos Complementarios: Son dos ángulos cuyas medidas suman 90° .

Por ejemplo, en la siguiente figura



Ángulos Suplementarios: Son dos ángulos cuyas medidas suman 180° .

Por ejemplo, en la figura anterior



$$P - R - S$$

$\angle ABD$ y $\angle CEF$ son *suplementarios*, por lo tanto

$$m\angle ABD + m\angle CEF = 180^\circ$$



Dibuje una pareja de ángulos adyacentes que sean complementarios, y una pareja de ángulos adyacentes que sean suplementarios.

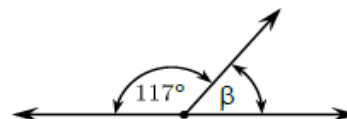


Todas las clasificaciones y propiedades de los ángulos que vimos anteriormente, resultan muy útiles en la resolución de ejercicios y problemas.

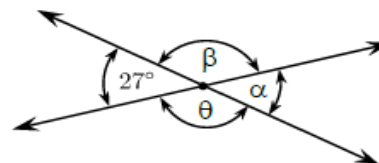
⇒ EJEMPLOS.

- 1) En las siguientes figuras, determine la medida de los ángulos señalados con letras griegas.

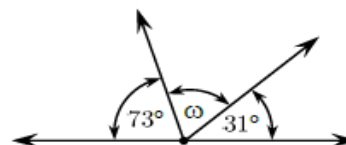
a)



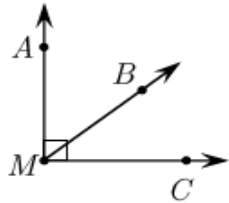
b)



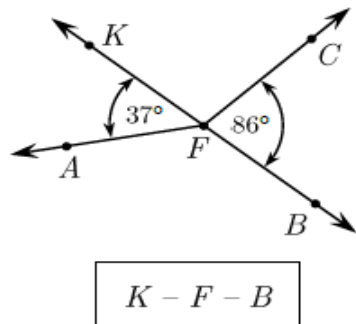
c)



- 2) De acuerdo con los datos de la figura, si $m\angle BMC = 29^\circ$, determine la medida del $\angle AMB$.



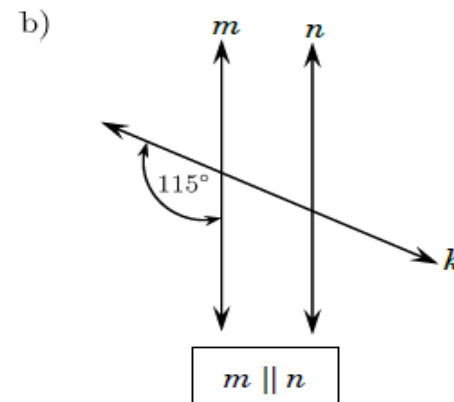
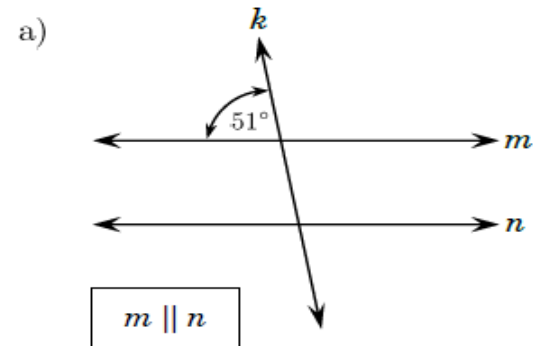
- 3) De acuerdo con los datos de la figura, determine la medida del $\angle KFC$ y del $\angle AFB$.



- 4) ¿Cuál es el suplemento de un ángulo que mide 53° ?
- 5) ¿Cuál es el complemento de un ángulo que mide 78° ?

Cuando en un mismo plano existen tres rectas, de las cuales dos son paralelas, le llamamos **transversal** a la tercera recta que no es paralela a las otras. Ellas forman ocho ángulos que cumplen las mismas propiedades que hemos mencionado anteriormente, es decir, podemos determinar la medida de todos los ángulos conociendo tan sólo uno de ellos.

- 6) De acuerdo con los datos de las figuras, determine la medida de todos los ángulos formados por las rectas m , n y k .





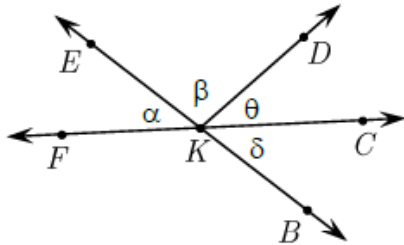
Guía de Trabajo

Nombre:

Sección:

() Trabajo Cotidiano.	() Trabajo Extradase. Fecha entrega:				
Escala:	Excelente 4 – Bueno 3 – Regular 2 – Deficiente 1				
Indicador	4.10	4.11	4.12	4.13	4.14
Obtenido					
	Total 20				

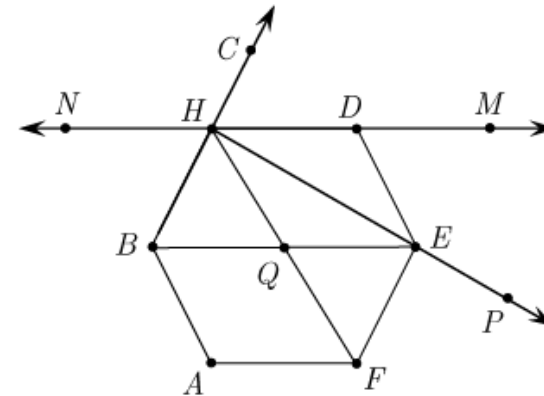
A. De acuerdo con los datos de la figura, determine lo que se le pide en cada caso.



$E - K - B$
 $F - K - C$

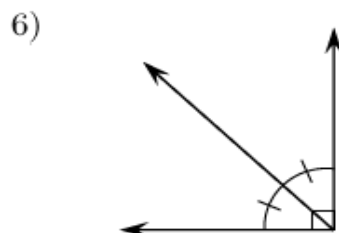
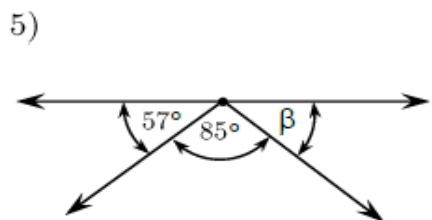
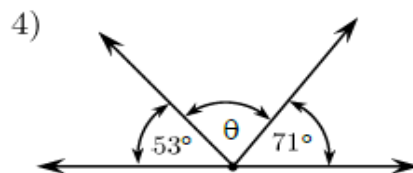
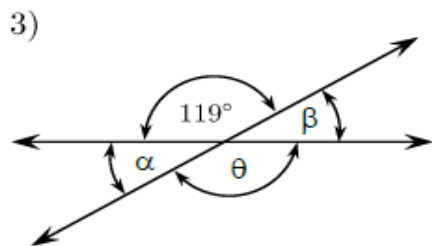
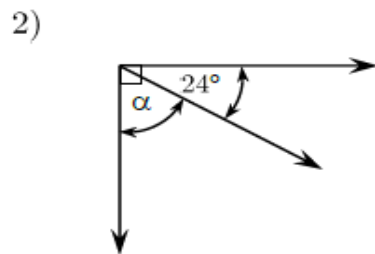
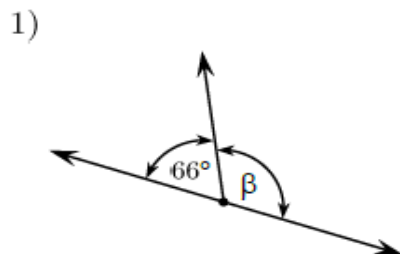
- 1) Un ángulo adyacente con $\angle \beta$ _____
- 2) Un ángulo opuesto por el vértice con $\angle \alpha$ _____
- 3) Un ángulo adyacente con $\angle \delta$ _____
- 4) Un ángulo que sea par lineal con $\angle BKC$ _____
- 5) Un ángulo opuesto por el vértice con $\angle FKB$ _____
- 6) Un ángulo que sea par lineal con $\angle EKD$ _____

B. De acuerdo con los datos de la figura, determine lo que se le pide en cada caso.



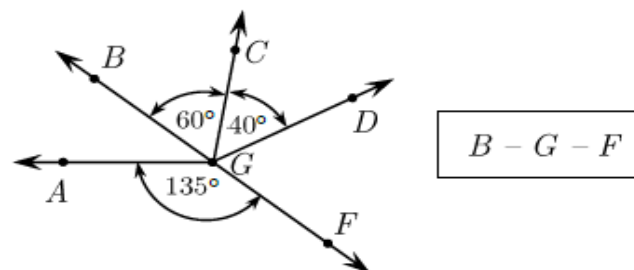
- 1) Un ángulo llano con vértice en D _____
- 2) Un ángulo que sea suplementario con $\angle HQE$ _____
- 3) Un ángulo que sea adyacente con $\angle QED$ _____
- 4) Un ángulo opuesto por el vértice con $\angle BQF$ _____
- 5) Un ángulo que forme par lineal con $\angle NHC$ _____
- 6) Un ángulo adyacente con $\angle QEF$ _____
- 7) Un ángulo que forme par lineal con $\angle HED$ _____
- 8) Un ángulo adyacente con $\angle AFQ$ _____
- 9) Un ángulo congruente con $\angle BHN$ _____
- 10) Un ángulo llano con vértice en E _____

C. De acuerdo con los datos de cada figura, determine las medidas de los ángulos marcados con letras griegas.

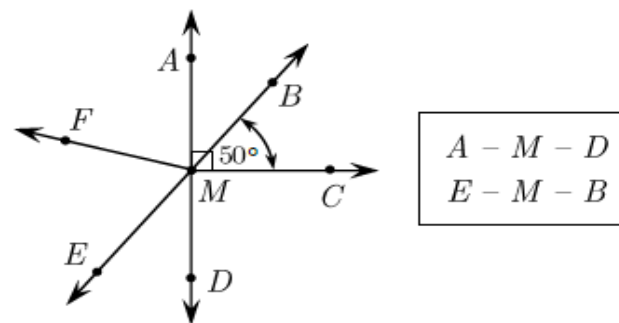


D. Resuelva los siguientes problemas.

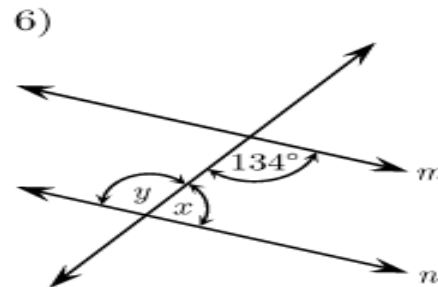
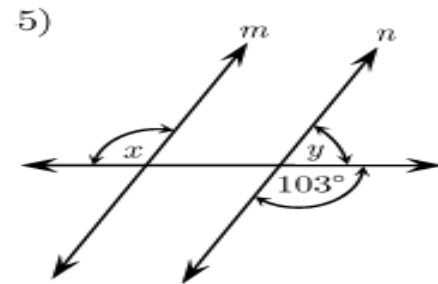
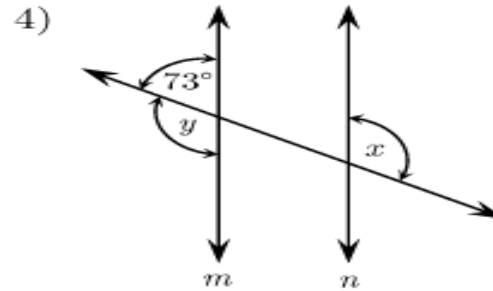
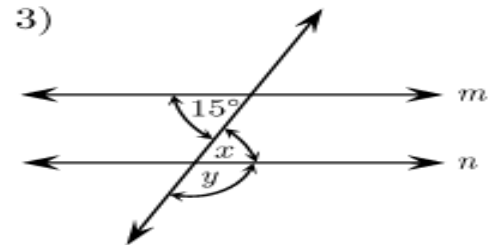
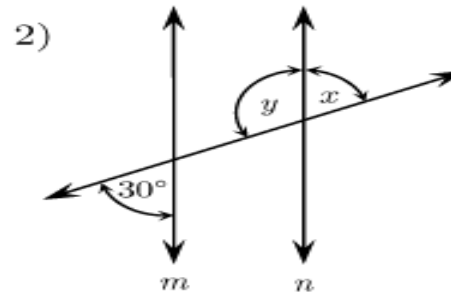
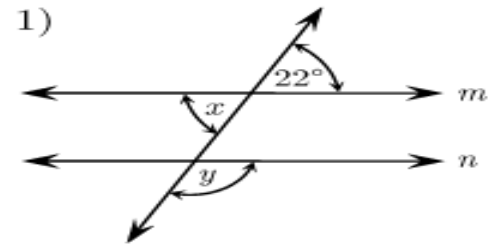
- 1) ¿Cuál es el complemento de 89° ?
- 2) ¿Cuál es el suplemento de 110° ?
- 3) ¿Cuál es el complemento de 64° ?
- 4) ¿Cuál es el suplemento de 71° ?
- 5) De acuerdo con la figura, determine la medida de los ángulos $\angle AGB$, $\angle BGD$ y $\angle CGF$.



- 6) De acuerdo con la figura, si $m\angle FMA = m\angle FME$, determine la medida de los ángulos $\angle CMD$ y $\angle FMA$.



D. En cada una de las siguientes figuras, halle el valor de “ x ” y de “ y ”. En todos los casos suponga que $m \parallel n$.



Trabajo cotidiano Nota: _____ Habilidades a evaluar: Fecha: _____ Estudiante: _____

Indicador	0	1	2	3	TRABAJO COTIDIANO_____	TRABAJO COTIDIANO_____	TRABAJO COTIDIANO_____	TRABAJO COTIDIANO_____	TRABAJO COTIDIANO_____
Cantidad de ejercicios resueltos correctamente	No resuelve ningún ejercicio	Menos del 33% de ejercicios correctos	Entre 33% y 66% de ejercicios correctos	Entre 66% y 100% de ejercicios correctos					