

Tema : Sucesiones y proporcionalidad

Estudiante: _____

Considere el siguiente problema:

La secuencia de Fibonacci es una sucesión infinita de números naturales, descrita por primera vez por el matemático italiano Fibonacci en el siglo XIII. La sucesión está compuesta por los números: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,... Encuentre los siguientes cinco números en esta sucesión.

Sucesiones



Una sucesión es un conjunto ordenado de números que obedecen a una ley de formación. Tienen tres formas de representarse:

- **Numéricamente:** se expresan cada número que la conforma:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

- **Tabularmente:** se representan las cantidades en una tabla:

n	1	2	3	4	5	6	7
S(n)	3	6	9	12	15	18	21

- **Algebraicamente:** se representa las cantidades mediante una fórmula:

$$S(n) = 3n$$

La representación algebraica de una sucesión es la más formal de las tres, ya que en ella se expresa la ley de formación de la sucesión (fórmula). Escriba en el recuadro la ley de formación de la sucesión que modela el problema de la columna anterior:

Una sucesión también puede expresarse de la siguiente forma:

$$a_n = a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

donde a_1 es el primer término, a_2 es el segundo término, a_3 el tercero y así hasta llegar a a_n que sería el término número n . Por ejemplo, la sucesión anterior puede representarse así:

$$a_n = 3, 6, 9, 12, 15, 21, \dots \quad \text{ó} \quad a_n = 3n$$

Teniendo la ley de formación de sucesión o la fórmula, es posible determinar cualquiera de los términos de la misma, o bien, sabiendo algunos de sus términos, podemos hallar la ley de formación.

Ejemplos.



- 1) Para las siguientes sucesiones, determine la ley de formación de cada una.

Sucesión	Ley de Formación
6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, ...	
5, 10, 15, 20, 25, 30, ...	
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...	
3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...	

- 2) En la sucesión $a_n = 5n$, ¿cuál es el término a_7 ?
¿Cuál es el término que ocupa la posición número 15?

- 3) Considere la sucesión $a_n = 2n - 1$, ¿cuál es el término a_7 ? ¿Cuál es el término que ocupa la posición número 15?

- 4) Para la siguiente sucesión, determine su criterio de formación y determine el valor que tiene la posición número 10.

$$2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$$

Trabajo cotidiano 6

A. Determine la ley de formación de las siguientes sucesiones.

Sucesión	Ley de Formación
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...	
$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$	
7, 14, 21, 28, 35, 42, ...	
0, 1, 2, 3, 4, 5, ...	
5, 8, 11, 14, 17, 20, ...	
$1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}, \frac{1}{216}, \dots$	

Trabajo cotidiano #6

Nota:

Habilidades a evaluar:

Fecha: _____

1) Determina la ley de formación de una sucesión

Indicador	0	1	2	3
Cantidad de ejercicios resueltos correctamente	No resuelve ningún ejercicio	Menos del 33% de ejercicios correctos	Entre 33% y 66% de ejercicios correctos	Entre 66% y 100% de ejercicios correctos

B. Resuelva los siguientes problemas.

- 1) Represente la sucesión $a_n = n + 4$ en forma tabular con sus primeros 8 términos.
- 2) Represente la sucesión $a_n = 5^n$ en forma tabular con sus primeros 6 términos.
- 3) En la sucesión $a_n = n^2 - 1$ calcule el término a_7 .
- 4) En la sucesión $a_n = n - 50$ calcule el término a_{10} .

1

2

3

4

PROBLEMA



Webardo compró una barra de mantequilla en ¢300. ¿Cuánto dinero paga por dos barras? ¿Cuánto dinero paga por 3? ¿Por 4? Continúe la sucesión hasta las ocho barras y represéntela en forma tabular.

Solución



PROBLEMA



Para la construcción de un tanque séptico debe cavarse un hueco. Si lo hiciera una sólo persona, duraría aproximadamente 16 horas, pero si lo hicieran dos personas el tiempo se reduciría a la mitad, es decir, 8 horas. De igual forma, por cada trabajador que se integre el tiempo se reducirá a la mitad. ¿Cuántos trabajadores se necesitan para que se tarde sólo una hora cavando el hueco?

Represente esta sucesión forma tabular.

Solución



Proporcionalidad



Dos cantidades son proporcionales cuando guardan una relación entre sí. Es decir, cuando tienen el mismo ritmo de aumento o disminución. Más formalmente, decimos que dos parejas de números son **proporcionales** si cumplen que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

donde k se llama **constante de proporcionalidad**.

Podemos distinguir dos tipos de proporcionalidad:

- **Proporcionalidad directa:** Se da cuando el aumento de una cantidad implica también el aumento de la otra, o bien, cuando la disminución de una también implica la disminución de la otra. Por ejemplo, el problema de las barras de mantequilla, entre más barras se compren mayor será el precio.
- **Proporcionalidad inversa:** se da cuando el aumento de una cantidad implica la disminución de la otra. Por ejemplo, el problema de los trabajadores, entre más trabajadores haya menor será el tiempo que tarden haciendo el hueco.

Para resolver problemas que involucren cantidades proporcionales, usaremos la regla de tres que conocemos desde la escuela.

Ejemplos.

- 1) Si Webardo compró 5 barras de mantequilla por 1500, ¿cuánto dinero gastará si compra una docena de barras?
- 2) Si 3 trabajadores tardan 4 horas pintando la pared de un edificio, ¿cuánto tiempo tardarán 6 trabajadores?



- 3) En 5 horas un ciclista recorre 150 km. ¿Cuántos kilómetros recorre en 7 horas?

- 4) Un automóvil mantiene una velocidad de 52 km/h y tarda 2 horas en llegar a su destino. Si al día siguiente realiza el mismo recorrido, pero aumenta la velocidad a 70 km/h, ¿cuánto tiempo tardará?



Trabajo cotidiano 7

D. Resuelva los siguientes problemas.

- 1) Dos computadoras cuestan ¢420000. ¿Cuánto dinero costarán 5 computadoras?
- 2) Un ganadero tiene alimento suficiente para 220 vacas durante 45 días. ¿Cuántos días puede alimentar a 450 vacas con la misma cantidad de alimento?
- 3) Para preparar un queque para 12 personas se necesitan 4 tazas de harina. ¿Cuántas tazas de harina se necesitan para cocinar un queque para 48 personas?
- 4) Un corredor da 5 vueltas a una pista en 15 minutos. ¿Cuánto tiempo tardará para dar 25 vueltas?
- 5) Para recorrer los 250 km un auto tardó 3 horas a una velocidad de 120 km/h. Si disminuye la velocidad a 100 km/h, ¿cuánto tiempo tardará?
- 6) Un edificio es construido por una cuadrilla de 15 albañiles en 200 días. ¿Cuántos albañiles se deben añadir a la cuadrilla para poder terminar el trabajo en 150 días?
- 7) Un camión que carga 3 toneladas necesita 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes se necesitan para transportar la misma cantidad de arena con un camión que capacidad para 5 toneladas?
- 8) Por trabajar 5 días Anacleto recibió \$390. ¿Cuánto dinero recibirá por trabajar 18 días.

Trabajo cotidiano #7

Nota:

Habilidades a evaluar: Identifica relaciones de proporcionalidad inversa en diversos contextos reales. **Fecha:** _____

Indicador	0	1	2	3
Cantidad de ejercicios resueltos correctamente	No resuelve ningún ejercicio	Menos del 33% de ejercicios correctos	Entre 33% y 66% de ejercicios correctos	Entre 66% y 100% de ejercicios correctos

