

Institución: **Colegio Ambientalista el Roble**

Nivel: **Octavo - 2026**

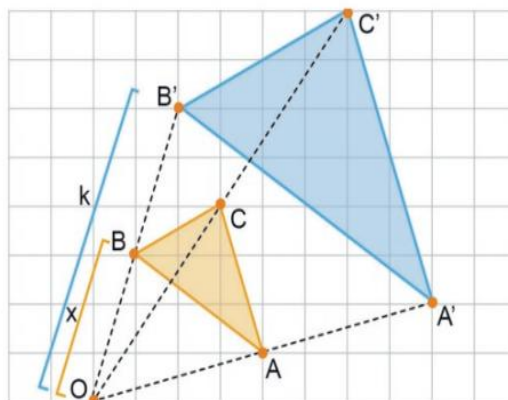
Docente: **Alonso Ramirez Abarca**

Asignatura: **Matemática**

Nombre: _____ . Sección: _____ .

Definición de homotecia

Una homotecia es una transformación geométrica a partir de un punto fijo "O" llamado centro de homotecia, todas las distancias de los puntos a "O", serán multiplicadas por un valor constante "k", distinto de cero llamado razón de homotecia. De forma tal que es una transformación que a cada punto A le hace corresponder un punto A' tal que O, A y A' son colineales y la distancia de O a A' es k veces la distancia de O a A.



ELEMENTOS HOMÓLOGOS

Puntos homólogos

Los puntos de la figura original, que se encuentran en el mismo segmento que los puntos de la figura producida por la homotecia, son los puntos homólogos.

A y A'

B y B'

C y C'

Ángulos homólogos

Como la figura mantiene la forma, los ángulos que posee la figura original y aquellos de la figura producida son congruentes.

$\angle ABC$ y $\angle A'B'C'$

$\angle BCA$ y $\angle B'C'A'$

$\angle CAB$ y $\angle C'A'B'$

Lados homólogos

Los lados correspondientes entre las figuras son proporcionales, esto es, que mantiene una proporción "k".

$\overline{AB}$ y $\overline{A'B'}$

$\overline{BC}$ y $\overline{B'C'}$

$\overline{CA}$ y $\overline{C'A'}$

Dentro de las transformaciones que pueden experimentar, están las siguientes:

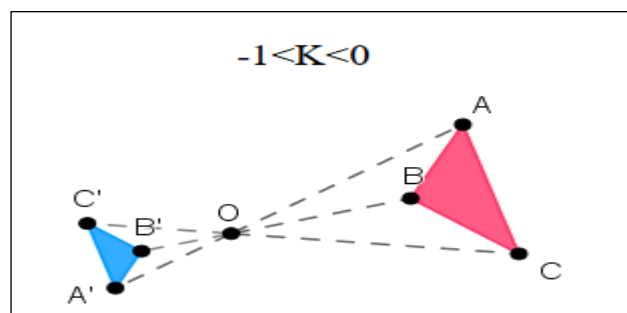
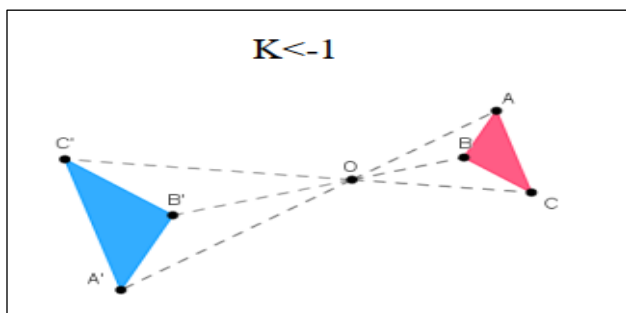
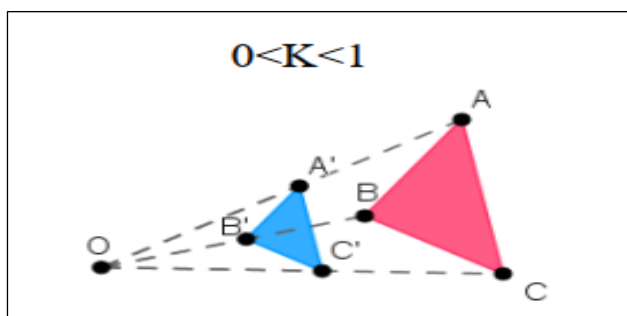
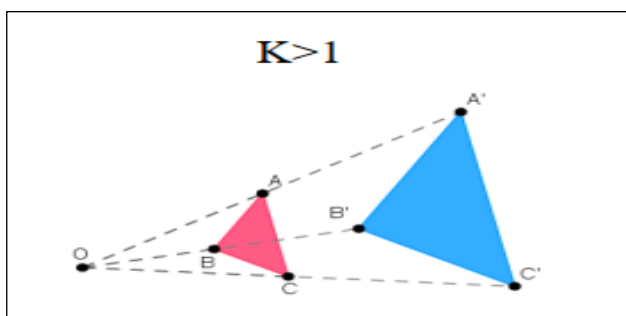
Homotecias directas:

- 1) Ampliación directa: cuando $k > 1$
- 2) Disminución directa: cuando $0 < k < 1$

Homotecias inversas:

- 3) Ampliación inversa: cuando $k < -1$
- 4) Disminución inversa: cuando $-1 < k < 0$

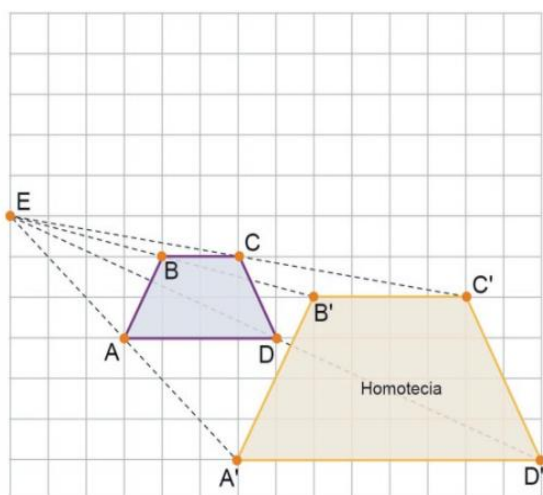
Ejemplos:



Práctica

- 1) A partir de las homotecias dadas, anote la información correcta en los espacios asignados.

1.



1. Pares de puntos homólogos:

_____ y _____ _____ y _____
 _____ y _____ _____ y _____

2. Pares de lados homólogos:

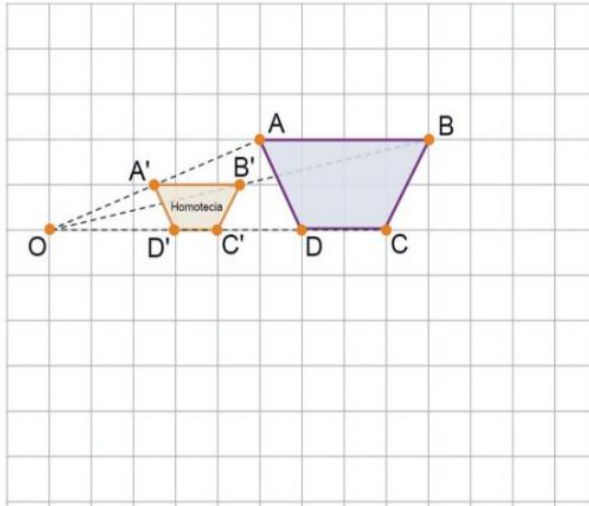
_____ y _____ _____ y _____
 _____ y _____ _____ y _____

3. Pares de ángulos homólogos:

_____ y _____ _____ y _____
 _____ y _____ _____ y _____

4. Tipo de homotecia:

2.



1. Pares de puntos homólogos:

_____ y _____ y _____
 _____ y _____ y _____

2. Pares de lados homólogos:

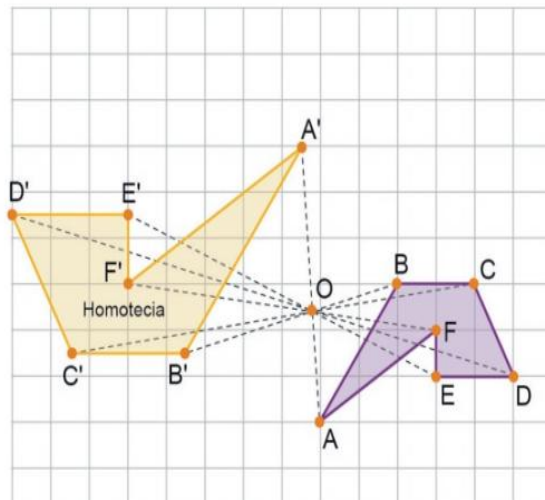
_____ y _____ y _____
 _____ y _____ y _____

3. Pares de ángulos homólogos:

_____ y _____ y _____
 _____ y _____ y _____

4. Tipo de homotecia:

3.



1. Pares de puntos homólogos:

_____ y _____ y _____
 _____ y _____ y _____

2. Pares de lados homólogos:

_____ y _____ y _____
 _____ y _____ y _____

3. Pares de ángulos homólogos:

_____ y _____ y _____
 _____ y _____ y _____

4. Tipo de homotecia:

2) En los siguientes ejercicios se presentan algunas homotecias. Clasifique estas homotecias en ampliación o disminución directa, o clasifíquelas en ampliación o disminución inversa.

1.

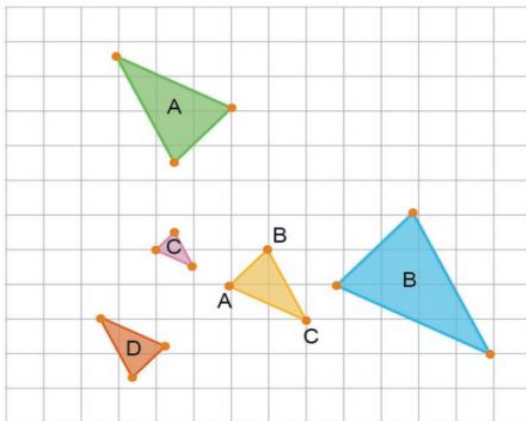


Figura A: _____

Figura B: _____

Figura C: _____

Figura D: _____

2.

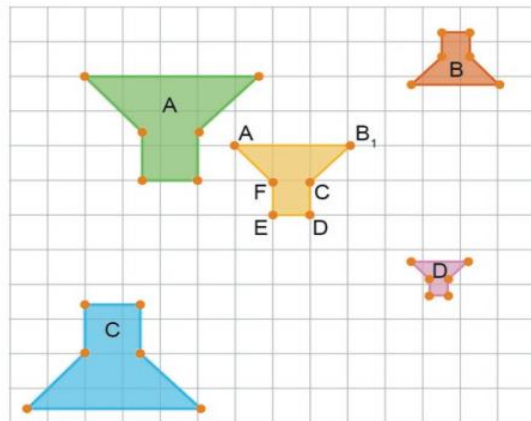
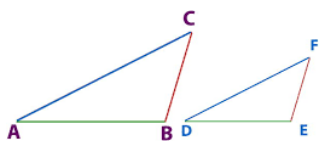


Figura A: _____

Figura B: _____

Figura C: _____

Figura D: _____



CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

OCTAVO



Institución: Colegio Ambientalista el Roble	Nivel: Octavo - 2026
Docente: Alonso Ramirez Abarca	Asignatura: Matemática

Nombre: _____ . Sección: _____ .

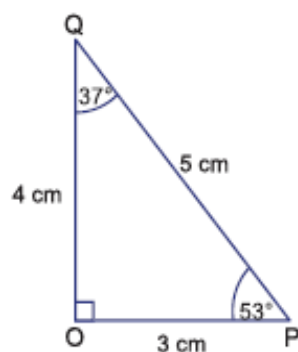
Habilidades específicas	Indicadores
9. Aplicar los criterios de congruencia: lado- lado- lado, lado -ángulo- lado y ángulo- lado- ángulo, para determinar y probar la congruencia de triángulos. 10. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.	9.1. Plantea relaciones entre triángulos a partir de sus elementos. 10.1. Identifica aspectos básicos que forman parte de un problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos. 10.2. Establece los pasos necesarios para la solución de un problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos 10.3. Compara diversas formas de solucionar un mismo problema relacionado con la semejanza o congruencia de triángulos.

Congruencia de Triángulos

Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y el mismo tamaño. Dos triángulos son **congruentes** si sus **lados** correspondientes tienen la **misma longitud** y sus **ángulos** correspondientes **poseen la misma medida**.

El símbolo $\cong$ se utiliza para indicar la congruencia (igual medida).

Ejemplo 1:



El triángulo $\triangle OPQ$ es congruente con el triángulo $\triangle ABC$.

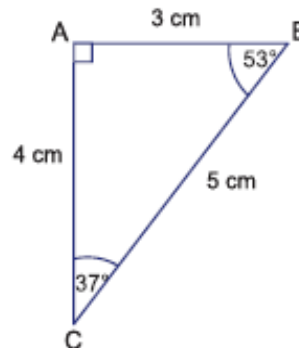
$$\triangle OPQ \cong \triangle ABC$$

Ángulos congruentes

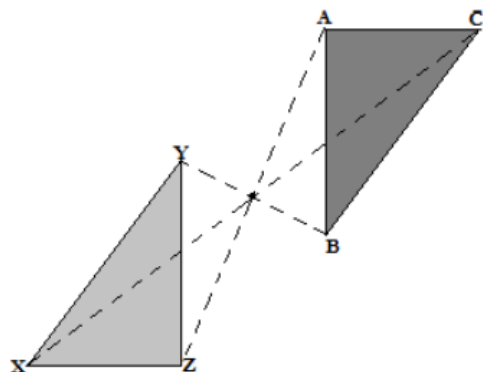
$$\begin{aligned}\angle O &= \angle A \\ \angle P &= \angle B \\ \angle Q &= \angle C\end{aligned}$$

Lados congruentes

$$\begin{aligned}\overline{OP} &\cong \overline{AB} \\ \overline{PQ} &\cong \overline{BC} \\ \overline{OQ} &\cong \overline{AC}\end{aligned}$$



Ejemplo 2: Complete de acuerdo con los triángulos dados:



a. Los tres pares de lados congruentes son los siguientes: _____
_____ y _____.

b. Las parejas de ángulos congruentes son las siguientes:
_____, _____ y _____.

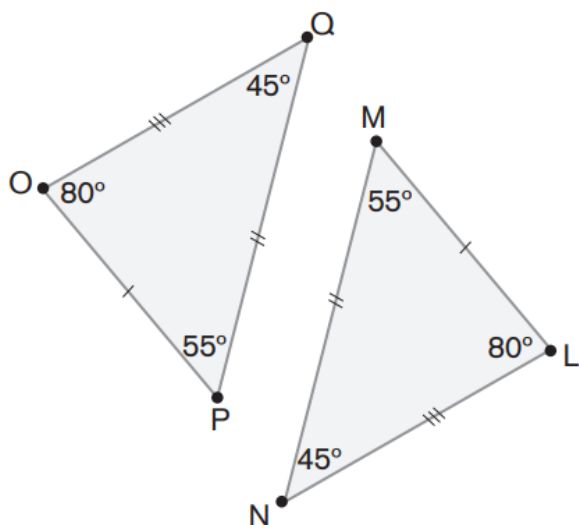
c. Entonces el $\triangle XYZ \cong$ _____.

Ejemplo 3: Complete la información solicitada según la congruencia dada:

- a. $\triangle DER \cong \triangle WSM \rightarrow \angle D = \underline{\hspace{2cm}}, \angle E = \underline{\hspace{2cm}}, \angle R = \underline{\hspace{2cm}} \quad \overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \overline{DR} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \overline{ER} = \underline{\hspace{2cm}}$
- b. $\triangle TYR \cong \triangle GHJ \rightarrow \angle T = \underline{\hspace{2cm}}, \angle J = \underline{\hspace{2cm}}, \overline{TY} = \underline{\hspace{2cm}}, \overline{TR} = \underline{\hspace{2cm}}, \overline{YR} = \underline{\hspace{2cm}}$
- c. $\triangle RST \cong \triangle OPQ \rightarrow \overline{RT} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \overline{RS} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \overline{ST} = \underline{\hspace{2cm}}, \angle T = \underline{\hspace{2cm}}, \angle R = \underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicios:

1 Complete de acuerdo con los triángulos dados.



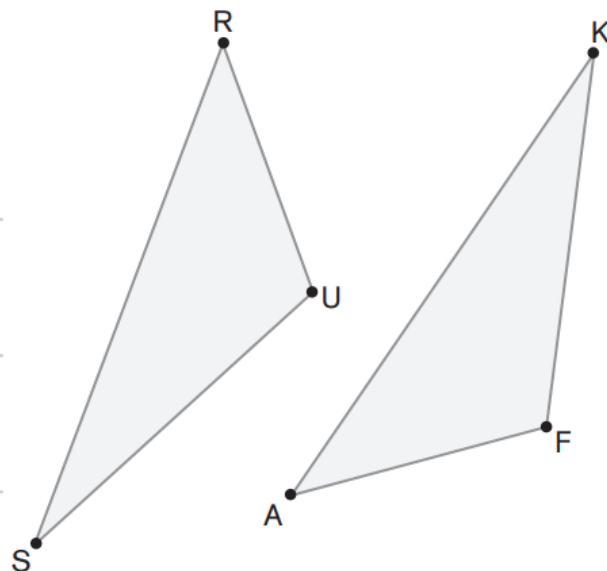
- a. Lados congruentes: $\overline{OP} \cong \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{OQ} \cong \underline{\hspace{2cm}}$
 $\overline{PQ} \cong \underline{\hspace{2cm}}$
- b. Ángulos congruentes: $\angle OPQ \cong \underline{\hspace{2cm}}$
 $\angle OQP \cong \underline{\hspace{2cm}}$
 $\angle POQ \cong \underline{\hspace{2cm}}$
- c. Triángulos congruentes: $\triangle OQP \cong \underline{\hspace{2cm}}$

2 Anote la representación simbólica de los elementos de los triángulos si $\triangle RUS \cong \triangle AFK$.

a. Parejas de vértices correspondientes:

b. Parejas de lados congruentes:

c. Parejas de ángulos congruentes:



3. Dado que el $\triangle BAC \cong \triangle FDE$, complete la información solicitada:

a. $\cong \angle E$

b. $\angle A \cong \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\cong \angle F$

d. $\cong \overline{FE}$

e. $\overline{AC} \cong \underline{\hspace{2cm}}$

f. $\overline{BA} \cong \underline{\hspace{2cm}}$

Criterios de congruencia

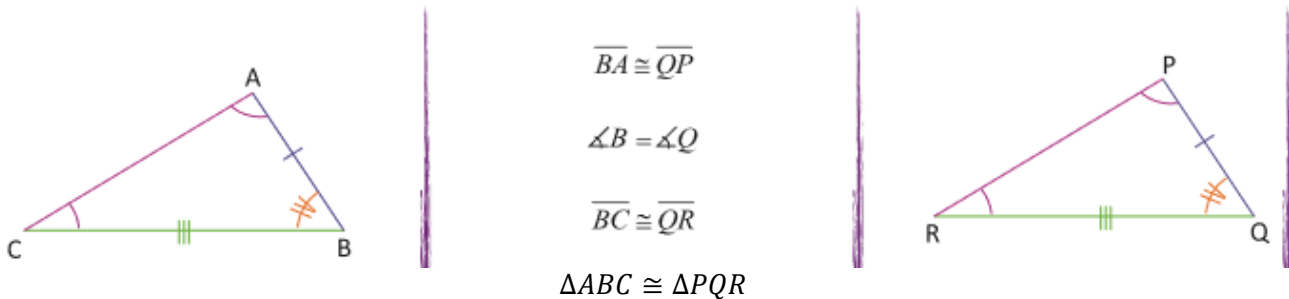
Sabemos que, si tenemos dos triángulos en los que sus lados homólogos son congruentes y sus ángulos homólogos también son congruentes, entonces los triángulos son congruentes. Sin embargo, es posible comprobar la congruencia de dos triángulos sin examinar todos sus elementos. Para ello basta conocer los datos de tres elementos que garanticen dicha congruencia. Estos casos se resumen en lo que se conoce como Criterios de Congruencia de Triángulos, los cuales, se enuncian a continuación:

1. Criterio L.A.L (LADO, ANGULO, LADO)

Dos triángulos son congruentes si tiene dos lados y el ángulo determinado por ellos respectivamente congruentes.

Ejemplos:

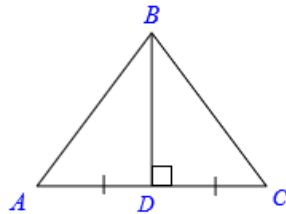
1)



2)

- $\overline{AD} \cong \overline{CD}$
- $\angle ADB \cong \angle CDB$
- $\overline{BD} \cong \overline{BD}$

$$\triangle ABD \cong \triangle CBD$$

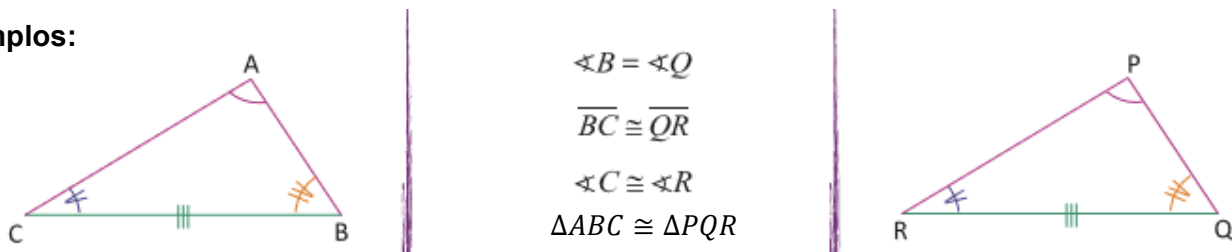


2. Criterio A.L.A (ANGULO, LADO, ANGULO)

Dos triángulos son congruentes si tiene dos ángulos y el lado comprendido entre ellos respectivamente congruentes.

Ejemplos:

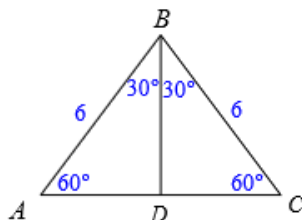
1)



2)

- $\angle BAD \cong \angle BCD$
- $\overline{AB} \cong \overline{CB}$
- $\angle ABD \cong \angle CBD$

$$\triangle ABD \cong \triangle CBD$$

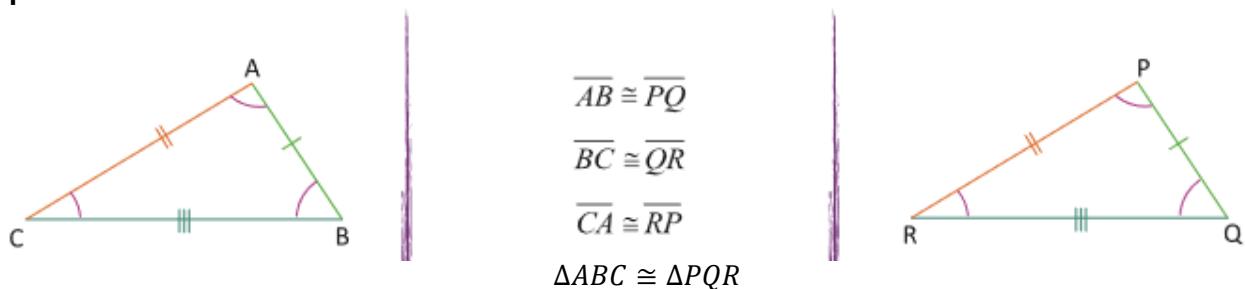


3. Criterio L.L.L (LADO, LADO, LADO)

Dos triángulos son congruentes si tiene sus tres lados respectivamente congruentes.

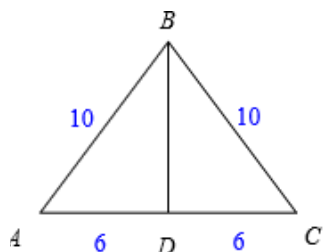
Ejemplos:

1)



2)

- $\overline{AB} \cong \overline{CB}$
 - $\overline{AD} \cong \overline{CD}$
 - $\overline{BD} \cong \overline{BD}$
- $\Delta ABD \cong \Delta CBD$



Puedes observar la explicación en el siguiente enlace:

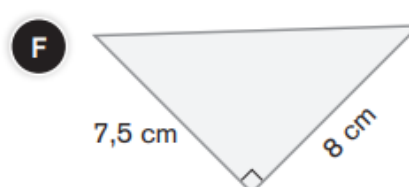
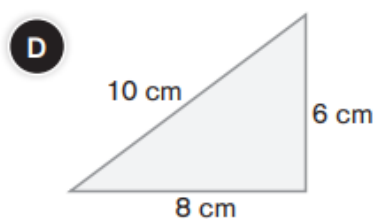
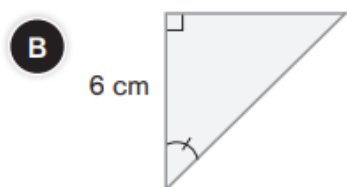
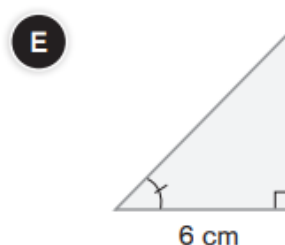
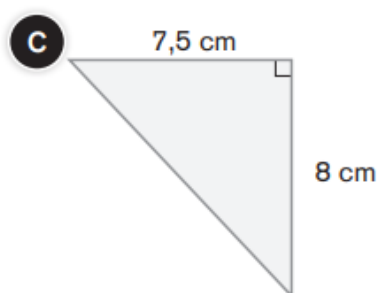
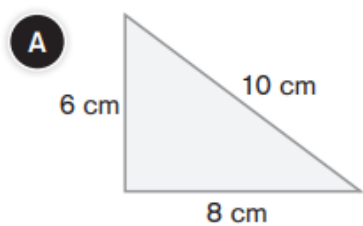
<https://youtu.be/0ISUDPFCxyU>



Ejercicios:

1. Identifique 3 parejas de triángulos congruentes.

- Anote el criterio que justifica la congruencia de cada pareja de triángulos.



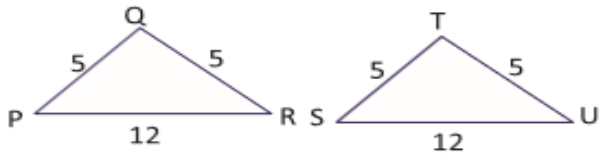
Triángulos congruentes



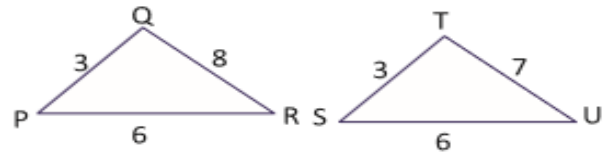
Criterio de congruencia

4. Determine si los triángulos $\triangle PQR$ y $\triangle STU$ de cada una de las parejas son congruentes e indique el criterio de congruencia que lo justifique.

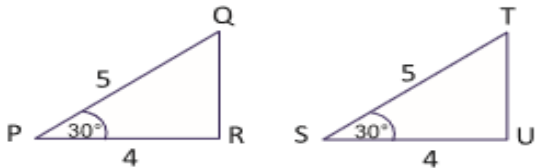
1.



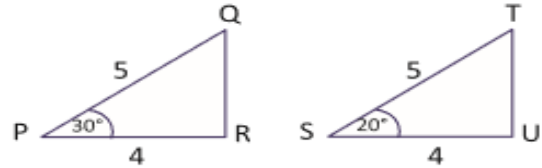
2.



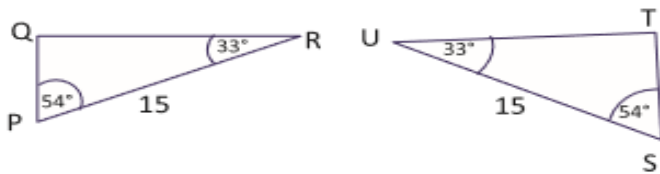
3.



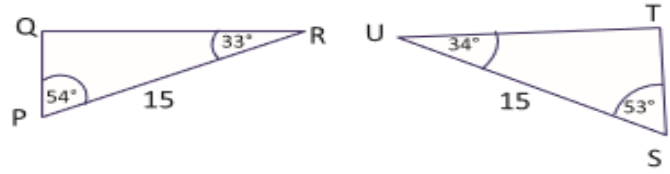
4.



5.

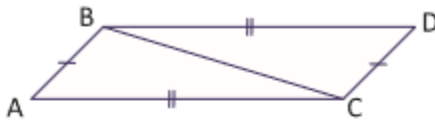


6.

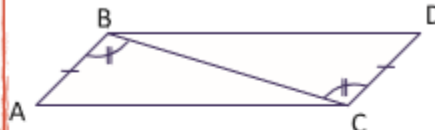


3. Demuestre aplicando los criterios de congruencia que las siguientes parejas de triángulos son congruentes:

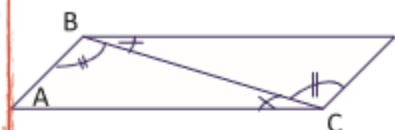
1.



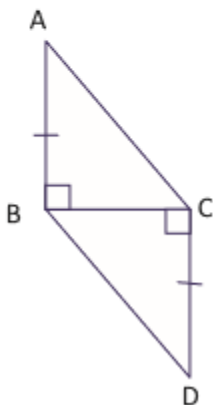
2.



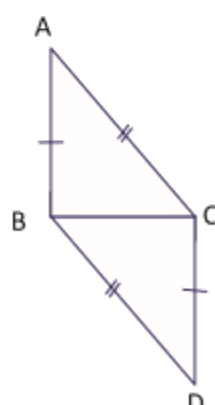
3.



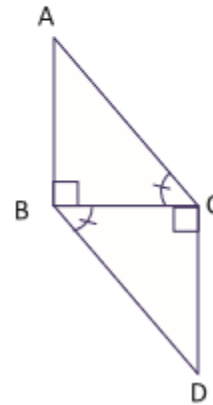
4.



5.



6.

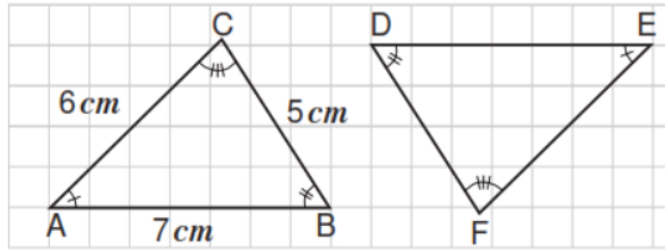


4. Si los triángulos son congruentes, entonces:

$$DE = \boxed{}$$

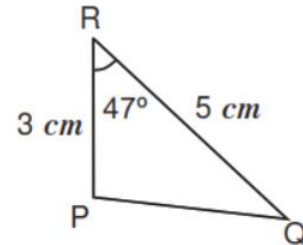
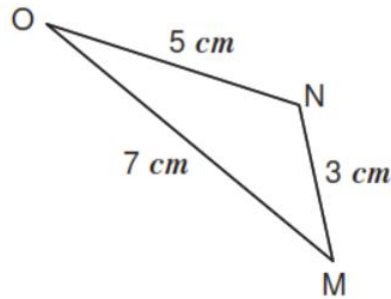
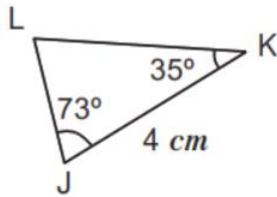
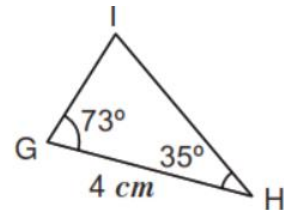
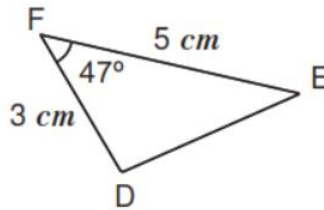
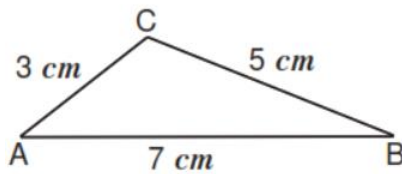
$$EF = \boxed{}$$

$$DF = \boxed{}$$

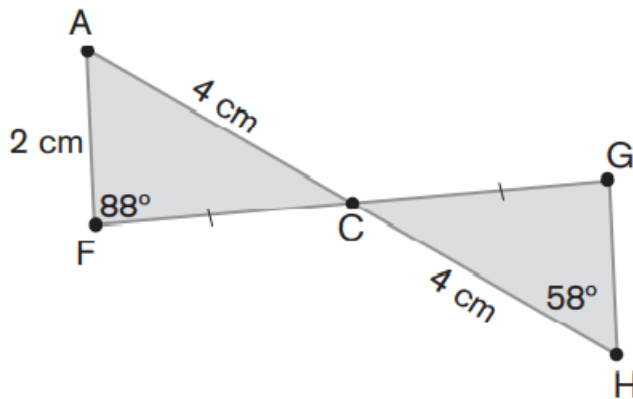


Escriba la congruencia de triángulos utilizando la simbología apropiadas $\triangle DFE \cong \underline{\hspace{2cm}}$

5. Escriba las parejas de triángulos que son congruentes utilizando el símbolo $\cong$. Justifique su respuesta indicando el criterio de congruencia utilizado.



6. Determine las medidas de los elementos que se le solicitan.



$$m\angle CAF = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m\angle GCH = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$GH = \underline{\hspace{2cm}}$$

Habilidades específicas	Indicadores
8. Aplicar los criterios de semejanza: lado- lado- lado, lado- ángulo -lado y ángulo-ángulo-ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos.	8.1 Plantea relaciones entre triángulos a partir de sus elementos.

Figuras semejantes

2 o más figuras son semejantes si tienen exactamente la misma forma, aunque su tamaño sea diferente.



Ejemplo:
Estas botellas son semejantes.

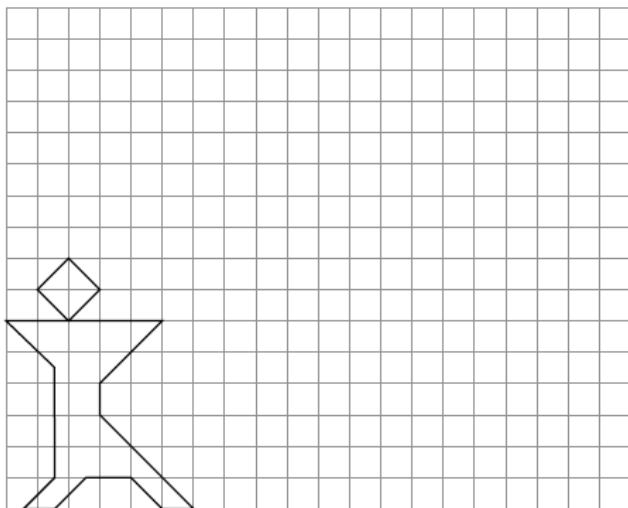


Anote 3 objetos que utiliza en la vida cotidiana que son semejantes.

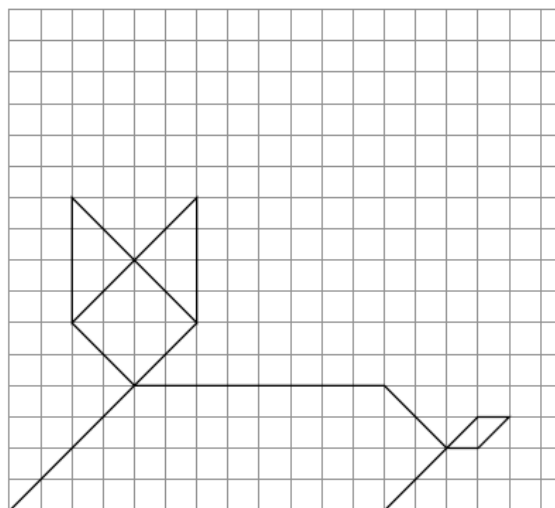
Ejemplo 1:

Dibuja figuras semejantes a las dadas con la razón de semejanza que se indica:

a) $r = 2$



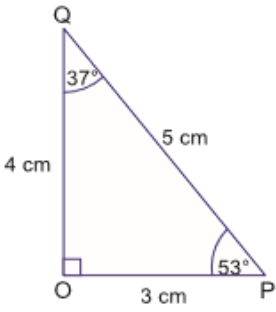
b) $r = 0,5$



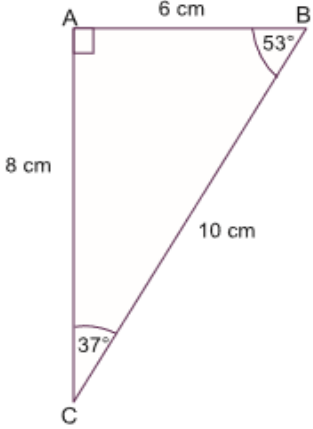
Semejanza de Triángulos

Se denominan **triángulos semejantes**, cuando sus ángulos correspondientes son congruentes (misma medida) y sus lados homólogos son proporcionales (la razón de semejanza o constante de proporcionalidad es la misma).

El símbolo " $\sim$ " se utilizará para indicar cuando dos o más triángulos son semejantes. Por lo tanto, siempre se cumple:



El triángulo $\triangle OPQ$ es semejante con el triángulo $\triangle ABC$.



NOTACIÓN: $\triangle OPQ \sim \triangle ABC$ Indica la semejanza entre los triángulos.

Ángulos congruentes	Lados proporcionales
$\angle O \cong \angle A$ $\angle P \cong \angle B$ $\angle Q \cong \angle C$	$\frac{OP}{AB} = \frac{PQ}{BC} = \frac{OQ}{AC}$ $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

En este caso la constante de proporcionalidad corresponde a $\frac{1}{2}$.

Ejemplo 1: Sean los triángulos $\triangle PQR \sim \triangle STV$, complete las congruencias para los ángulos y la correspondencia para los lados.

- | | |
|------------------------------|--|
| a. $\angle P \cong \angle S$ | d. $\overline{PQ} \leftrightarrow \overline{ST}$ |
| b. $\angle Q \cong \angle T$ | e. $\overline{PR} \leftrightarrow \overline{SV}$ |
| c. $\angle R \cong \angle V$ | f. $\overline{QR} \leftrightarrow \overline{TV}$ |

Ejemplo 2: Dado que el $\triangle BAC \sim \triangle DFE$, complete las congruencias para los ángulos y la correspondencia para los lados.

- | | |
|---------------------------|--|
| a. _____ $\cong \angle E$ | d. _____ $\leftrightarrow \overline{FE}$ |
| b. $\angle A \cong$ _____ | e. $\overline{CB} \leftrightarrow$ _____ |
| c. _____ $\cong \angle D$ | f. $\overline{BA} \leftrightarrow$ _____ |

Ejemplo 3: Los lados de un triángulo miden 3 u, 4 u y 5 u. Se construye otro semejante a él cuyo lado menor mide 15 u. Halla las longitudes de sus otros dos lados.

Ejercicios:

1. Dado el $\Delta ACB \sim \Delta DHE$, de acuerdo con las siguientes proposiciones anote dentro del paréntesis falso (f) o verdadero (v) según corresponda.

a. $\angle A \cong \angle H$ ()

b. $\angle B \sim \angle E$ ()

c. $\overline{HE} \cong \overline{BC}$ ()

d. $\overline{DE} \cong \overline{CD}$ ()

e. $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DH}}$ ()

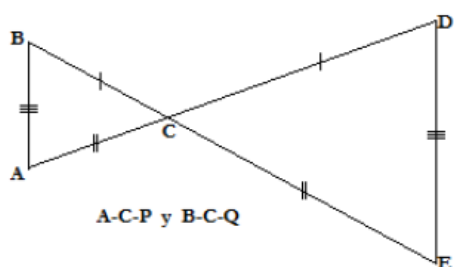
f. $\overline{DE} \sim \overline{AB}$ ()

g. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ ()

h. $\overline{CE} \cong \overline{AC}$ ()

i. $\frac{\overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{HE}}$ ()

2. De los siguientes triángulos, complete las congruencias para los ángulos y las correspondencias para los lados.



a. $\angle A \cong$ _____

b. $\angle B \cong$ _____

c. $\angle C \cong$ _____

g. $\overline{BC} \leftrightarrow$ _____

h. $\overline{AB} \leftrightarrow$ _____

i. $\overline{AC} \leftrightarrow$ _____

7. Un triángulo tiene dos lados de longitud 160 cm y 140 cm y el ángulo comprendido entre ellos de 45° . Otro triángulo tiene lados de 21 cm y 24 cm y el ángulo entre ellos dos es de 45° . ¿Cuál es la razón de semejanza, si existe?

Presentación para profundizar en el tema:

[Folletos 8º\Semejanza d triang.pdf](#)

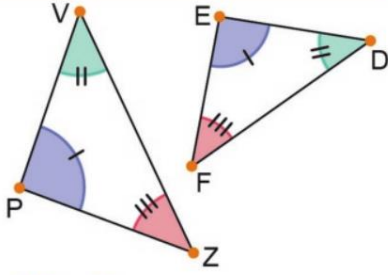
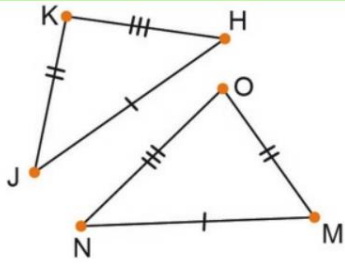
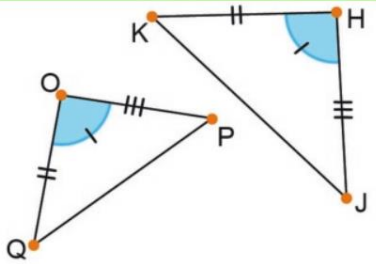
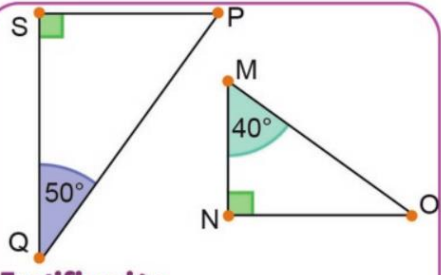
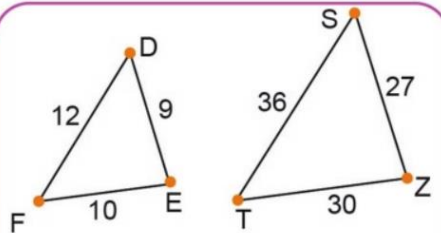
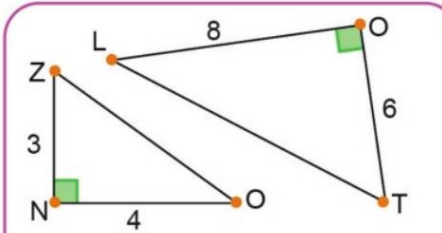
Criterios de semejanza

Un criterio de semejanza corresponde a las condiciones mínimas que deben reunir dos o más triángulos para determinar si son semejantes o si no lo son.

SEMEJANTES

Lados: proporcionales

Ángulos: igual medida

	Ángulo, ángulo, ángulo (A.A.A)	Lado, lado, lado (L.L.L)	Lado, ángulo, lado (L.A.L)
Descripción	Si los ángulos homólogos de los triángulos son congruentes.	Si los lados homólogos de dos triángulos son proporcionales.	Si dos parejas de lados homólogos son proporcionales y los ángulos formados por esos lados son congruentes.
Caso general	 Justificación $\angle P \cong \angle E$ $\angle V \cong \angle D$ $\angle Z \cong \angle F$ Por lo tanto $\triangle PVZ \sim \triangle EDF$	 Justificación $\frac{NM}{HJ} = \frac{OM}{KJ} = \frac{NO}{HK}$ Por lo tanto $\triangle NMO \sim \triangle HJK$	 Justificación $\angle O \cong \angle H$ $\frac{OQ}{KH} = \frac{OP}{HJ}$ Por lo tanto $\triangle OPQ \sim \triangle HJK$
Caso particular	 Justificación $m\angle S = m\angle N = 90^\circ$ $m\angle M = m\angle P = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ $m\angle Q = m\angle O = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ Por lo tanto $\triangle SPQ \sim \triangle NMO$	 Justificación $\frac{FD}{TS} = \frac{DE}{SZ} = \frac{FE}{TZ} \Rightarrow \frac{12}{36} = \frac{9}{27} = \frac{10}{30}$ $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ Por lo tanto $\triangle FDE \sim \triangle TSZ$	 Justificación $m\angle N = m\angle O = 90^\circ$ $\frac{ZN}{TO} = \frac{NO}{LO} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{4}{8} \Rightarrow \frac{1}{2}$ Por lo tanto $\triangle ZNO \sim \triangle TOL$

Nota: Al resultado obtenido al comparar los lados proporcionales ($\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ en los dos ejemplos anteriores) se le llama **razón de semejanza**



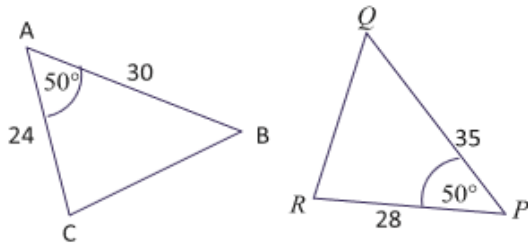
Ejercicios:

1. Escriba el criterio de semejanza de triángulos en cada caso, el triángulo semejante y la razón de semejanza

1

$\Delta ABC \sim \Delta$ _____

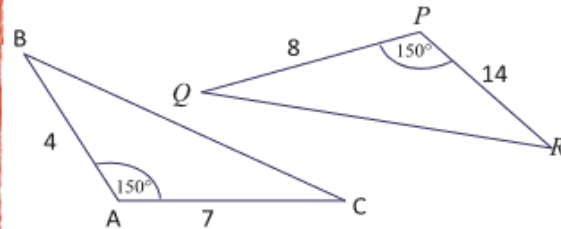
Criterio: _____



2

$\Delta PRQ \sim \Delta$ _____

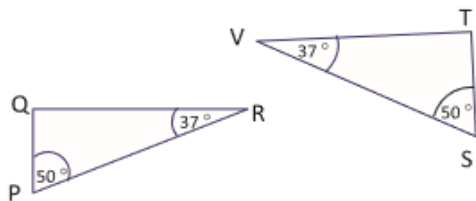
Criterio: _____



3

$\Delta STV \sim \Delta$ _____

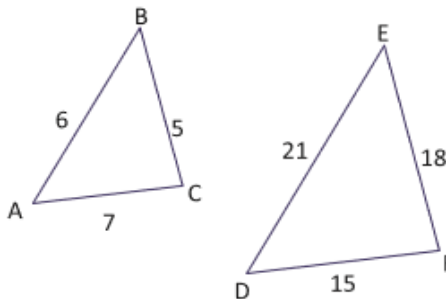
Criterio: _____



4

$\Delta ABC \sim \Delta$ _____

Criterio: _____



2. Seleccione la respuesta correcta en cada caso.

a) Si $\Delta ABC \sim \Delta OPQ$, entonces se cumple que

A) $\frac{AB}{OP} = \frac{AC}{OP}$

B) $\frac{BC}{PQ} = \frac{AB}{PQ}$

C) $\frac{AB}{OP} = \frac{AC}{OQ}$

b) Si $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, entonces se cumple que

A) $m \angle A \cong m \angle R$

B) $m \angle C \cong m \angle R$

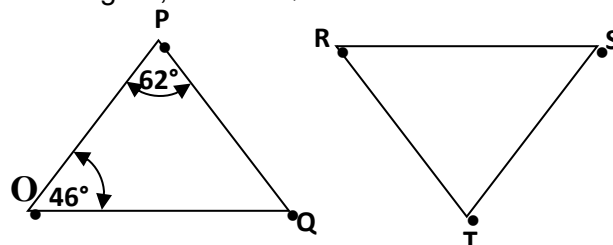
C) $m \angle C \cong m \angle Q$

c) De acuerdo con los datos de la figura, si $\Delta OPQ \sim \Delta RST$ entonces $m \angle STR$ es

A) 46°

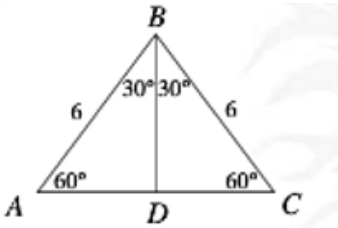
B) 62°

C) 72°



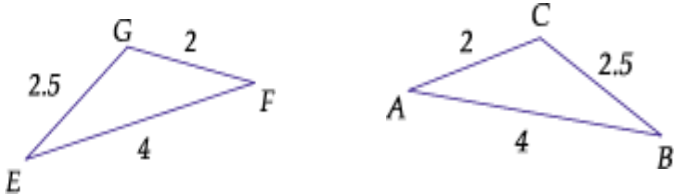
d) ¿Cuál es el criterio de semejanza de triángulos que ilustra la figura si el $\triangle ABD \cong \triangle CBD$?

- A) L, L, L
- B) L, A, L
- C) A, L, A



e) El criterio de semejanza de triángulos que ilustra la figura si el $\triangle ABC \cong \triangle FEG$ es el siguiente

- A) L, L, L
- B) L, A, L
- C) A, L, A



Nombre de la persona estudiante: _____		Sección: _____		
Indicadores del aprendizaje esperado	Escala/Criterios			Observaciones 
	Logrado / Avanzado (3 puntos)	En Proceso / Intermedio (2 puntos)	No Logrado / Inicial (1 punto)	
Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.				
Nombre de la persona encargada legal / FIRMA:				FECHA: ____/____/____

Referencias bibliográficas:

- Publicaciones Porras, 8vo (2024)
- Ficha Santillana, material digital.



TEOREMA DE THALES – APLICACIÓN: ALTURAS Y SOMBRAS

OCTAVO



Institución: Colegio Ambientalista el Roble	Nivel: Octavo -2026
Docente: Alonso Ramírez Abarca	Asignatura: Matemática
Recopilado: Dany Gonzalez Alvarado	

Nombre: _____ Sección: _____

<i>Habilidades específicas</i>	<i>Indicadores</i>
12. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.	- Identifica aspectos básicos que forman parte de un problema relacionado con el teorema de Thales. - Establece los pasos necesarios para la solución de un problema relacionado con el teorema de Thales. - Compara diversas formas de solucionar un mismo problema relacionado con el teorema de Thales.

Situación problema.

En subgrupos, investigue vía web las respuestas a las interrogantes planteadas a partir de la imagen adjunta.



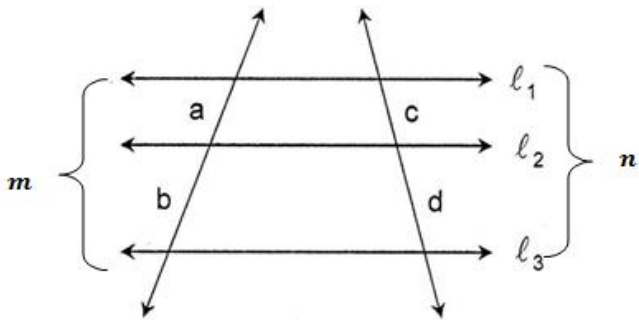
1. ¿En qué continente se encuentra esta pirámide?
2. ¿A quién debe su nombre?
3. ¿Existen otras pirámides similares fuera de este país? ¿Dónde?
4. ¿Cuál es la altura aproximada de esta pirámide?
5. Un matemático de la antigüedad propuso un método para calcular la altura de esta pirámide, ¿cuál es su nombre?
6. La pirámide de Keops es considerada una de las 7 maravillas del mundo antiguo. Investigue cuáles fueron las otras 6 maravillas.

“Biografías Universales Tales de Mileto: <https://youtu.be/BIPbGUuN6PM>

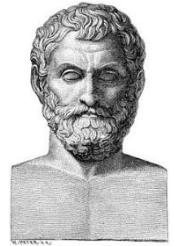
Las 7 maravillas del mundo antiguo : <https://youtu.be/wWKheWL8LvA>

Teorema de Thales

Si varias rectas paralelas ($l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$) son cortadas por dos rectas secantes, entonces los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales.



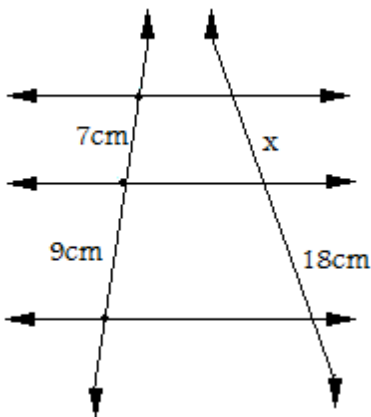
Se cumple que:



Escanee el código para ver la explicación del Teorema y el Ejemplo #1

Ejemplo 1

Si las rectas horizontales son paralelas, utilice el Teorema de Tales y determine el valor solicitado.



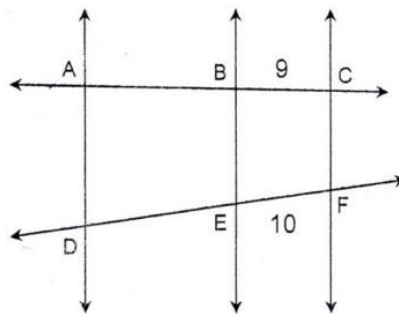
Ejemplo 2

De acuerdo con los datos de la figura, en la que $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BE} \parallel \overrightarrow{CF}$ y $\overline{AB} = 11$, determine la medida del segmento $\overline{DE}$

Según el teorema de Thales:

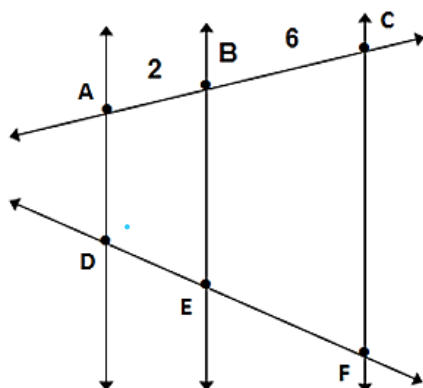
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} \Rightarrow \frac{DE}{11} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \overline{DE} = \frac{10}{9} \cdot 11 \Rightarrow \overline{DE} = 12.22$$



Ejemplo 3

Según los datos de la figura, si $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BE} \parallel \overleftrightarrow{CF}$, $\overline{DF} = 12$. ¿Cuál es la medida de $\overline{EF}$ y $\overline{DE}$?



Ejercicios

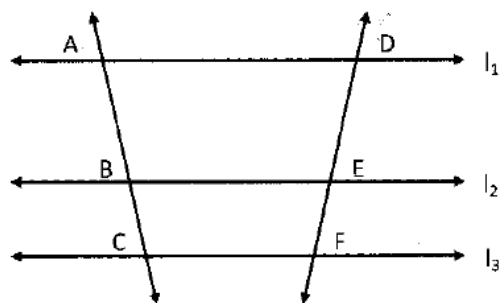
1) De acuerdo con la figura $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, en las siguientes proposiciones anote dentro de paréntesis falso (f) o verdadero (v) según corresponda.

() $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{DE}}$

() $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{DF}}$

() $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{EF}}$

() $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}$



() $\frac{\overline{ED}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$

() $\frac{\overline{EF}}{\overline{FD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

() $\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}$

() $\frac{\overline{DF}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}$

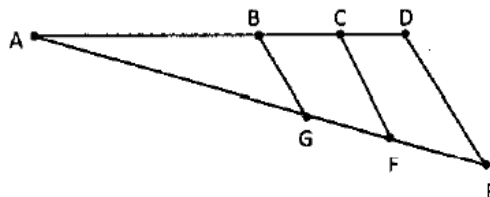
2) De acuerdo con la figura si $\overline{CF} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BG}$, complete los espacios indicados.

a. $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\frac{\overline{GE}}{\overline{AG}} = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$



e. $\frac{\overline{GF}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\underline{\hspace{2cm}}}$

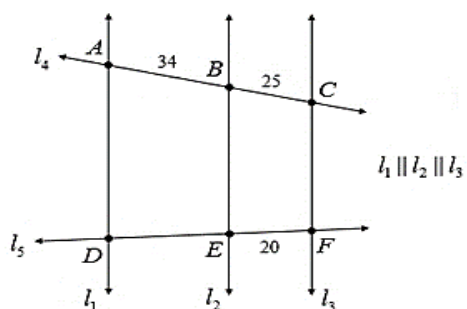
f. $\frac{\overline{AG}}{\overline{GB}} = \frac{\overline{AF}}{\underline{\hspace{2cm}}}$

g. $\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$

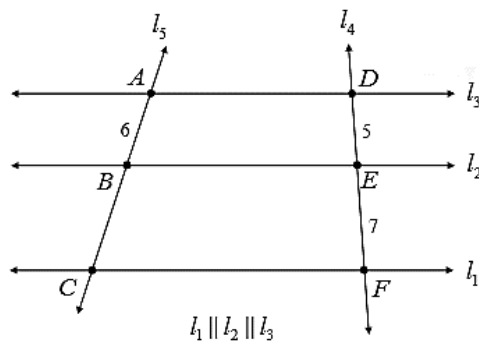
h. $\frac{\overline{AE}}{\underline{\hspace{2cm}}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{BG}}$

- 3) De acuerdo con los datos de las figuras, en la que $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ determine el valor que se le solicita en cada caso.

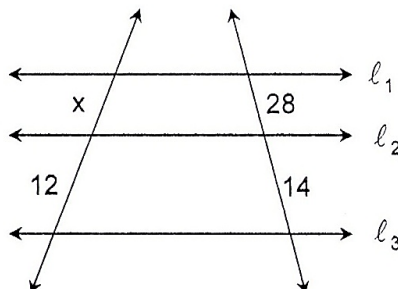
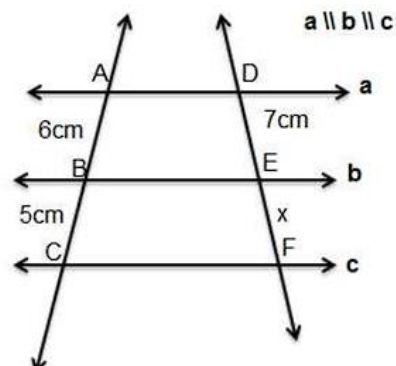
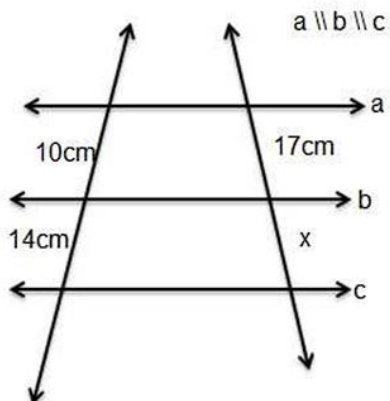
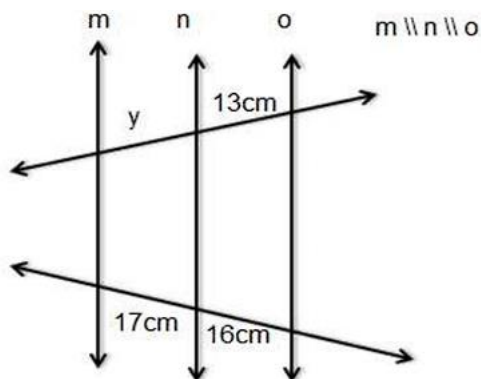
a) El valor de $\overline{DE}$



b) El valor de $\overline{BC}$

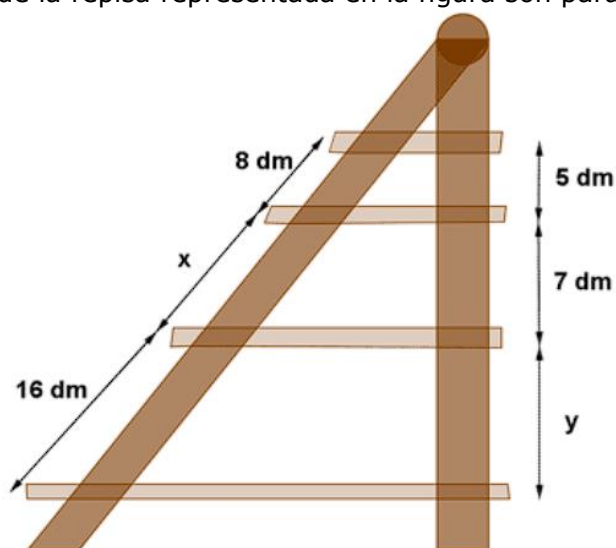


- 4) De acuerdo con los datos de las figuras, determine el valor de las incógnitas x o y .



Video - Ejemplo 2

Las baldas de la repisa representada en la figura son paralelas. Calcula el valor de x e y .



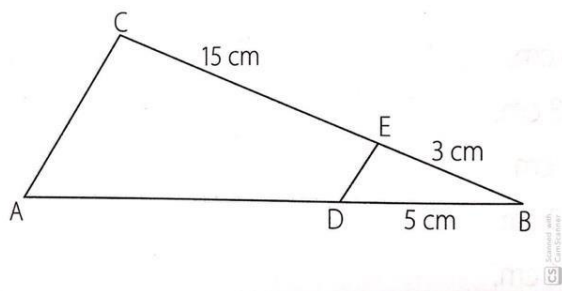
(Sol: $x = 11,2$ cm $y = 10$ cm)

Ejercicios Adicionales:

NOTA: para ver la solución de algunos de ellos, puede escanear el código QR adjunto o tocar la imagen desde su versión en pdf, los vídeos están en TikTok, YouTube o ambas, según la imagen del código.

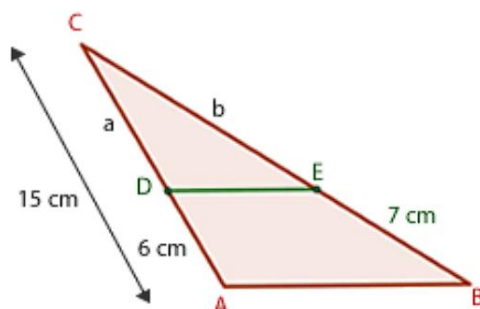
1) En la figura $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$. Entonces ¿cuál es la medida de $\overline{AD}$?

- A) 9 cm
- B) 15 cm
- C) 20 cm
- D) 25 cm
- E) 30 cm



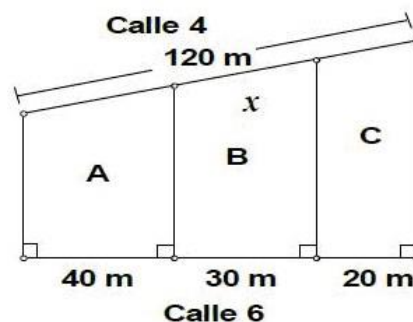
2) Sabiendo que el segmento $\overline{DE}$ es paralelo a la base del triángulo, las medidas del segmento "b" es ...

- A) 7,7 m
- B) 10 m
- C) 11 m
- D) 10,5 m
- E) 12,5 m.



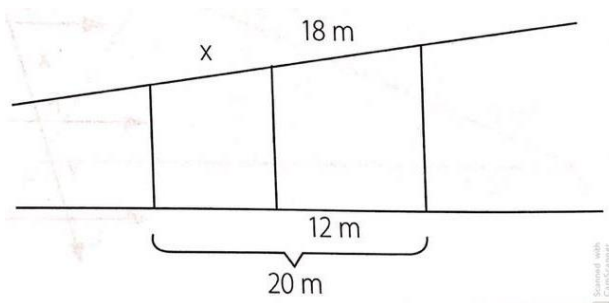
- 3) La figura adjunta representa la disposición de tres lotes residenciales que colindan entre sí. Con la base en los datos suministrados en la figura, ¿cuál es la longitud del lote B ubicado en la línea de frente que da a la calle 4?

- A) 22,5 m
- B) 30 m
- C) 40 m
- D) 90 m
- E) 60 m



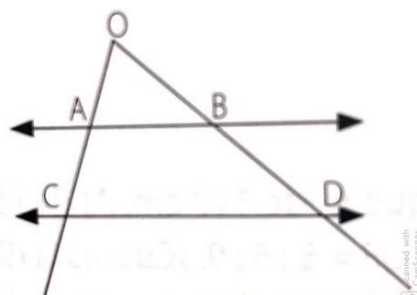
- 4) Para darle firmeza a un techo, se colocan maderas cortas entre las vigas. Si las maderas son paralelas entre sí, ¿cuál debe ser el valor de x ?

- A) 12 m
- B) 14 m
- C) 16 m
- D) 18 m
- E) 20 m



- 5) En la figura $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$. Si $\overline{DB} = 16$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm y $\overline{AO} = 10$ cm. Entonces $\overline{OB} = ?$

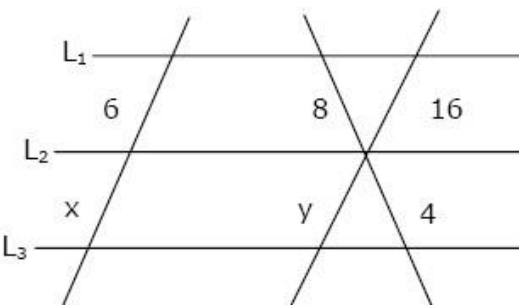
- A) 20 cm
- B) 25 cm
- C) 15 cm
- D) 10 cm
- E) 5 cm





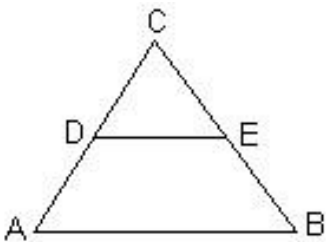
6) Si $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$, entonces $x + y =$

- A) 24
- B) 11
- C) 8
- D) 5
- E) 3



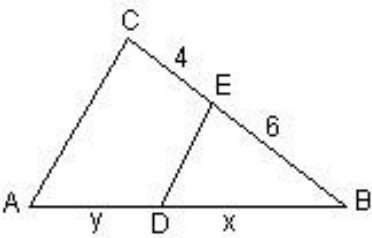
7) En la figura $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. Si $\overline{CB} = 30\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ y $\overline{AD} = 15\text{cm}$. Entonces $\overline{EB} = ?$

- A) 14cm
- B) 12cm
- C) 21cm
- D) 17cm
- E) 18cm



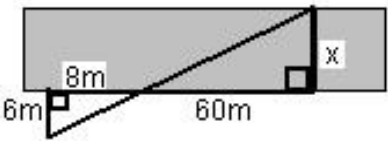
8) En la figura $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$. Si $x + y = 15$, entonces $x - y = ?$.

- A) 9
- B) 8
- C) 6
- D) 3
- E) N. A.



9) En la figura, la región sombreada representa a un río. ¿Cuánto mide el ancho x del río?

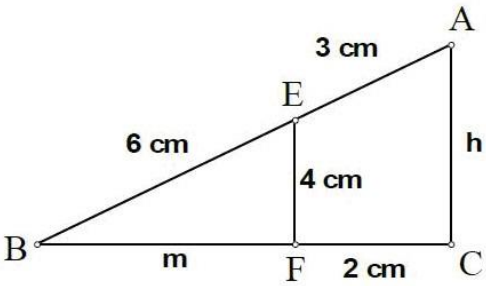
- A) 45m
- B) 80m
- C) 50m
- D) 64m
- E) 55m





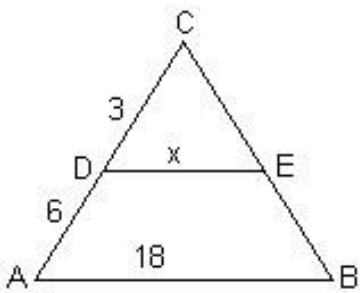
10) Con la base en los datos de la figura adjunta, podemos afirmar con certeza que $\overline{FE} \parallel \overline{AC}$. si y sólo si se cumple que:

- A) $m = 3 \text{ cm}$ y $h = 6 \text{ cm}$
- B) $m = 3 \text{ cm}$ y $h = 8 \text{ cm}$
- C) $m = 4 \text{ cm}$ y $h = 6 \text{ cm}$
- D) $m = 4 \text{ cm}$ y $h = 8 \text{ cm}$
- E) $m = 6 \text{ cm}$ y $h = 8 \text{ cm}$



11) En la figura $DE \parallel AB$, entonces "x" mide:

- A) 6
- B) 9
- C) 3
- D) 12
- E) N.A.

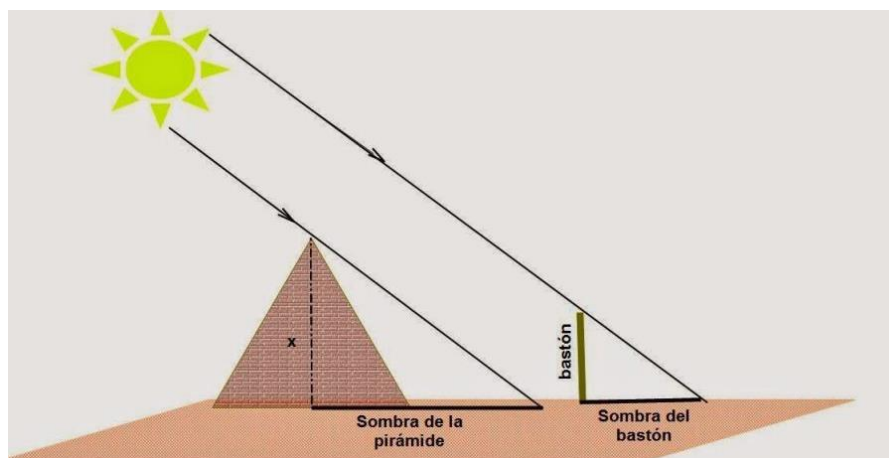


Nombre de la persona estudiante: _____			Sección: _____	
Indicadores del aprendizaje esperado	Escala/Criterios			Observaciones 
	Logrado / Avanzado (3 puntos)	En Proceso / Intermedio (2 puntos)	No Logrado / Inicial (1 punto)	
Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.				
Nombre de la persona encargada legal / FIRMA:				FECHA: ____/____/____

La Pirámide de Keops y el Teorema de Thales

Cuenta la historia que un sacerdote egipcio le preguntó a Thales de Mileto (s. IV a. C) acerca de la altura de la Pirámide de Keops, cuando ya las pirámides rondaban los 2.000 años de edad, y éste respondió con un método de lo más ingenioso para medir dicha altura.

El siguiente esquema nos permite ver el problema en cuestión y cómo calculó Tales la altura de la pirámide clavando su bastón en la arena.



La sombra es la región donde no dan los rayos del sol. Se supone que los rayos que inciden en la pirámide y en el bastón son paralelos (consecuencia de la gran distancia que separa al Sol de la Tierra) y el bastón está clavado perpendicularmente al suelo.

De esta forma, los ángulos de los dos triángulos que observamos en la figura son iguales entre sí y, por tanto, dichos triángulos son **semejantes**.

En dos triángulos semejantes, se cumple que **sus lados homólogos son proporcionales**.

En nuestro caso, se cumple que:

$$\frac{\text{Sombra de la pirámide}}{\text{Sombra del bastón}} = \frac{\text{Altura de la pirámide}}{\text{Altura del bastón}}$$

Supongamos ahora que, a una hora determinada del día, la sombra de la pirámide medía 280 metros, la sombra del bastón medía 2,87 metros y dicho bastón era de 1,5 metros. Según lo que hemos visto antes, tendríamos que:

$$\frac{280 \text{ m}}{2,87 \text{ m}} = \frac{\text{Altura de la pirámide}}{1,5 \text{ m}}$$

De donde obtenemos:

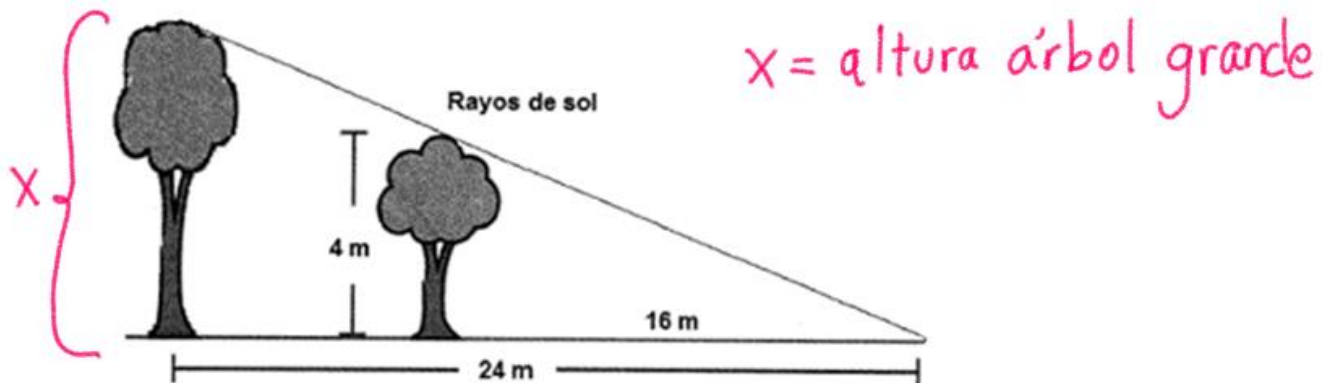
$$\text{Altura de la pirámide} = \frac{280 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m}}{2,87 \text{ m}} = 146,34 \text{ m}$$

Que es el valor aproximado que tenía la pirámide de Keops en la antigüedad (actualmente tiene 136,86 m).

El método que utilizó Tales de Mileto, el **Teorema de Tales**, tiene una enorme utilidad puesto que, entre otras muchas cosas, lo podemos emplear para averiguar la altura de cualquier objeto que sea grande sin necesidad de medirlo directamente.

VIDEO -EJEMPLO 1- (escanee el código QR que aparece adjunto para ver la explicación o toque la imagen en versión pdf)

1- Considerando la figura adjunta ¿Cuántos metros de altura tiene el árbol más alto?



$$\frac{\text{alt. Árbol Grande}}{\text{alt. árbol pequeño}} = \frac{\text{somb. Árbol Grnd.}}{\text{somb. árbol peq.}}$$

$$\begin{aligned} \frac{X}{4} &= \frac{24}{16} \\ X &= \frac{24 \cdot 4}{16} \\ X &= 6 \end{aligned}$$

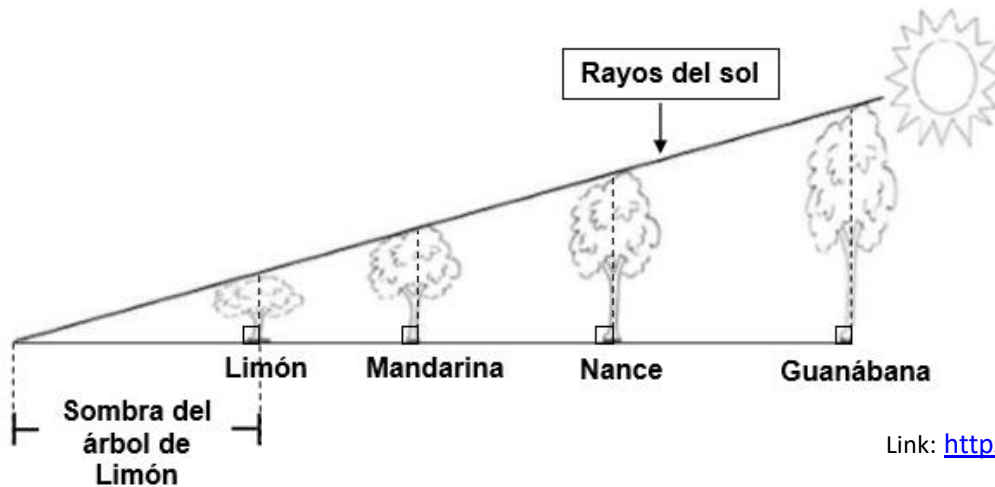
R/ El árbol grande tiene 6m de alto.



Link: <https://youtu.be/N5G7yRAh7YU>

VIDEO -EJEMPLO 2 :

Mariana es dueña de un terreno que dedica a producción de frutas. Ha sembrado en una misma fila cuatro árboles frutales favoritos y los distribuye de la siguiente manera.



Link: <https://youtu.be/bJmiCToqJeE>

A cierta hora del día, los rayos del sol se alinean en las copas de los árboles y Mariana hace las siguientes consideraciones:

- La sombra del árbol de limón, mide 4 metros y su altura es de 1,40m.
- Cada árbol está sembrado a 4m de distancia con respecto al otro árbol cercano a él.

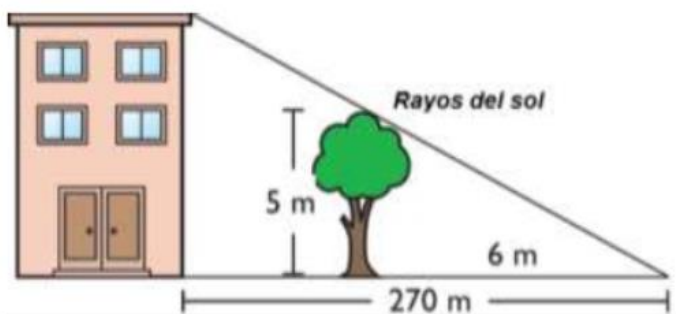
Con los datos planteados en la situación anterior determine:

- a- La altura del árbol de Guanábana.
- b- La altura del árbol de Nance.
- c- La altura del árbol de Mandarina.

Problemas de aplicación del Teorema de Thales

Ejemplo para resolver en el aula.

1- De acuerdo a la información de la figura. ¿Cuál es la altura de la casa?

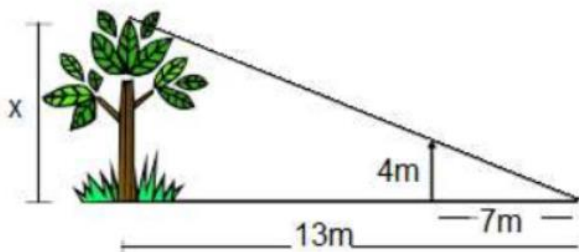


2- Una casa tiene 8 m de alto, al mismo tiempo un árbol de 1,8 m de alto proyecta una sombra de 2 m. ¿Cuál es la sombra de la casa? R/ _____ metros

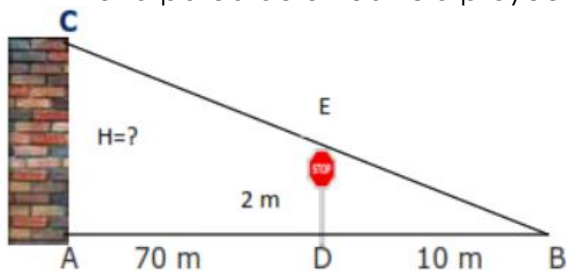
3- Un árbol proyecta una sombra de 5,5 m al tiempo que un poste de 6,2 m próximo a él, proyecta una sombra de 3.5m. Calcula la altura del árbol tomando en cuenta que ambos forman ángulos rectos con el piso. R/ _____ metros

Ejercicios: Realice los siguientes problemas en su cuaderno con **sus respectivos dibujos y procedimientos**. Algunos ejercicios llevan respuesta para que verifique su trabajo.

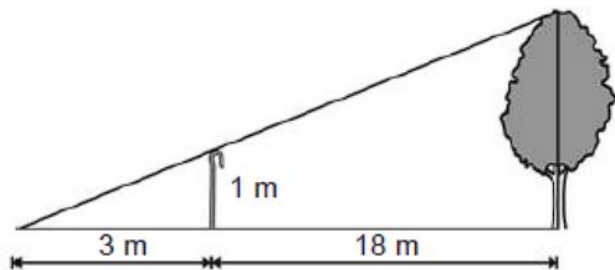
a) Determine la altura del árbol, según la información de la figura



- b) Una señal de tránsito de 2 metros de altura proyecta una sombra de 10 metros, al mismo tiempo una pared de un edificio proyecta una sombra de 80 metros. Calcular la altura de la pared.



- c) Halla la altura del árbol de la figura:



- d) Calcular la altura de un árbol que proyecta una sombra de 12 m en el instante que una estaca de 1,40 m de longitud colocada verticalmente, proyecta una sombra de 0,90 m.
- e) Un árbol proyecta una sombra de 15m, al mismo tiempo que un poste vertical de 6m de altura , que produce una sombra de 2m. ¿Cuál es la altura del árbol? **R/ 45 metros**
- f) Un poste vertical de 6m de alto, proyecta una sombra de 4m. ¿Cuál es la altura de un árbol que a la misma hora, proyecta una sombra de 1,80 m?. **R/ 2,7 cm.**
- g) Un hombre de 1,80m de estatura proyecta una sombra de 1,15m de largo al mismo tiempo que un edificio de 20m de alto. Cuál será la sombra que proyectara el edificio?



- h) Una bandera sobre un edificio proyecta una sombra de 62,5m, si el edificio tiene de 13m de alto y proyecta una sombra de 35m. ¿Cuál es la altura de la bandera?
- i) Un hombre de 1,75 m de estatura, proyecta una sombra de 1,5 m. En el mismo instante, una torre proyecta una sombra de 10,5 m. ¿Cuál es la altura de dicha torre? **R/** 12,25 m.
- j) César se coloca de forma tal que su sombra y la que proyecta el asta de una bandera estén alineadas. La altura de César es 1,78 m y su sombra 2,67 m cuando la sombra del asta tiene 9,21 m de largo. ¿Cuál es la altura del asta de la bandera? **R/** 6,14 m.
- k) Un árbol de 3m de alto proyecta una sombra, cuyo final coincide con la de un niño de 1,45m de alto, que está cerca del árbol, si la sombra del niño es de 2.6m. conteste
1) Cual es la sombra del árbol? 2) ¿Cuál es la distancia de la persona al árbol?

Nombre de la persona estudiante: _____			Sección: _____	
Indicadores del aprendizaje esperado	Escala/Criterios			Observaciones 
	Logrado / Avanzado (3 puntos)	En Proceso / Intermedio (2 puntos)	No Logrado / Inicial (1 punto)	
Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.				
Nombre de la persona encargada legal / FIRMA: _____				FECHA: ____/____/____

Referencias Bibliográficas:

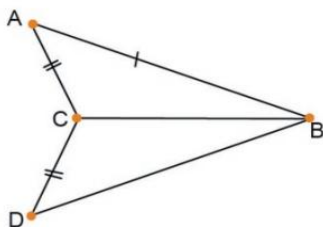
- CONED, (2017). *Matemática, Material de 8 año.*
- Grupo Fénix. (2020). *Matemática CTP 8vo.* Editorial Grupo Fénix.
- Santillana, (2016). ***Matemática, Ser competentes 8***. Editorial Santillana
- Antología de Octavo, (2022). Leiver Hurtado
- Gina Norambuena R. Teorema de Thales.

Ejercicios extra

Congruencia de triángulos

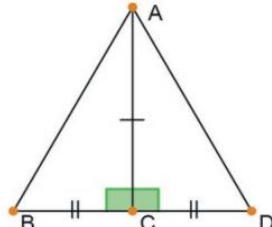
A. Identifique el criterio de congruencia que se aplica en cada pareja de triángulos.

1. $\triangle ABC \cong \triangle DBC$



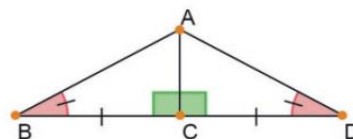
Criterio: _____

2. $\triangle ABC \cong \triangle ADC$



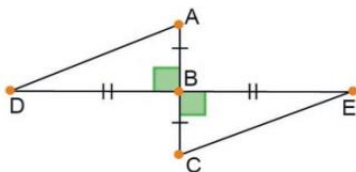
Criterio: _____

3. $\triangle ABC \cong \triangle ADC$



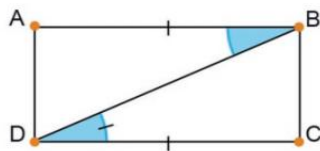
Criterio: _____

4. $\triangle ABD \cong \triangle CBE$



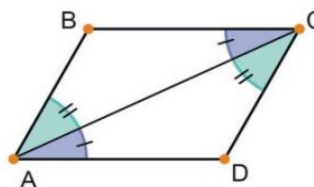
Criterio: _____

5. $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



Criterio: _____

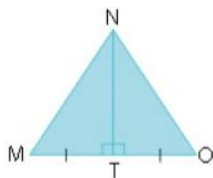
6. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$



Criterio: _____

B) Aplique los tres criterios de congruencia estudiados para identificar un par de triángulos congruentes en cada figura.

1.

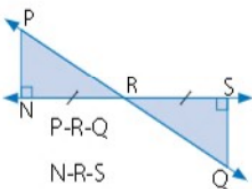


Ángulos congruentes:

Lados congruentes:

$\triangle ___ \cong \triangle ___$ por el criterio _____

2. R es el punto medio de $\overline{NS}$.

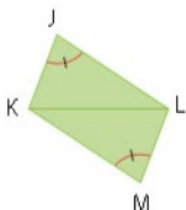


Ángulos congruentes:

Lados congruentes:

$\triangle ___ \cong \triangle ___$ por el criterio _____

3. $\square JKML$ es un paralelogramo.



Ángulos congruentes:

Lados congruentes:

$\triangle ___ \cong \triangle ___$ por el criterio _____

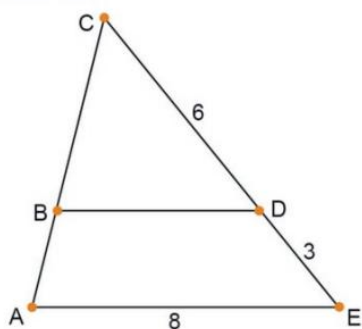
Semejanza de triángulos

A) Identifique el criterio que justifica la semejanza de cada par de triángulos.

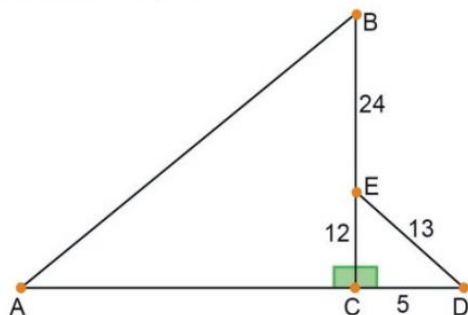
1. A-B-C C-B-D Criterio: _____	2. H-J-L K-J-I Criterio: _____	3. A-B-C C-D-E Criterio: _____
4. B-E-D Criterio: _____	5. A-B-C D-E-F Criterio: _____	6. N-O-R P-O-M Criterio: _____

B) Resuelva los siguientes problemas:

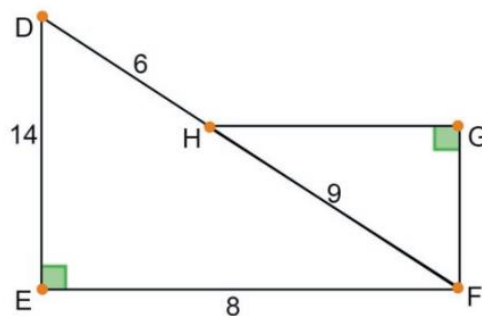
1. Sea $\triangle CBD \sim \triangle CAE$, $A-B-C$ y $C-D-E$. Determine la medida del lado BD.



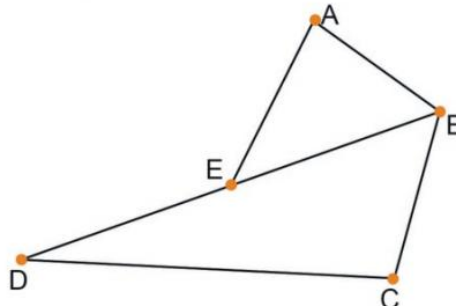
5. Sea $\triangle ABC \sim \triangle DEC$, $B-E-C$ y $A-D-C$. Determine la medida del lado BA y AC.



2. Sea $\triangle DEF \sim \triangle FGH$, $D-H-F$. Determine el área del $\triangle FGH$.



4. Sea $\triangle BCD \sim \triangle BAE$, $AB = 4$, $BC = 6$, $BD = 14$ y $DC = 10$, entonces ¿cuál es la medida de $\overline{AE}$?



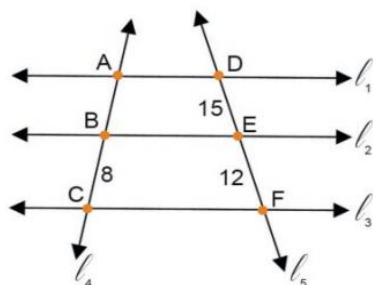
C) Resuelva los siguientes problemas:

1. En un jardín al lado de un apartamento hay plantado un Uruca (árbol autóctono de Costa Rica) de 1,2 m. Si la sombra del Uruca mide 2 m y la del apartamento mide 5 m. ¿Cuánto mide la altura del apartamento?
2. Un edificio proyecta una sombra de 144 m en el mismo instante que un árbol de 5 m proyecta una sombra de 12 m. ¿Cuál es la altura del edificio?
3. Si se tienen dos triángulos semejantes con una proporción de 2:5 y se sabe que la medida del lado es de 12 cm. ¿Cuánto mide su lado homólogo?
4. El triángulo ABC cuyas medidas son 12 cm, 18 cm y 24 cm, es semejante a un triángulo FGH, cuyo lado mayor tiene por medida 12cm. ¿Cuál es la medida del perímetro del triángulo FGH?

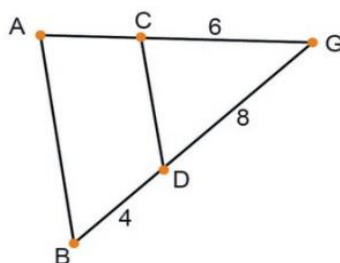
Teorema de Thales

A) Determine la medida de los segmentos indicados en cada caso:

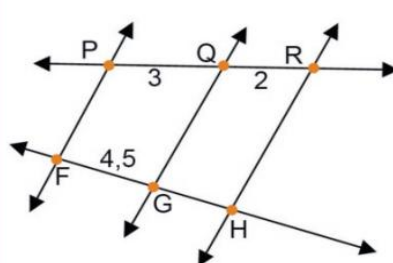
1. $\ell_1 \parallel \ell_2 \parallel \ell_3$; $AB = \underline{\hspace{2cm}}$



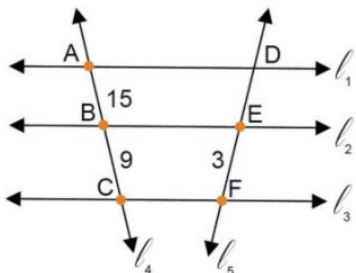
2. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $AG = \underline{\hspace{2cm}}$



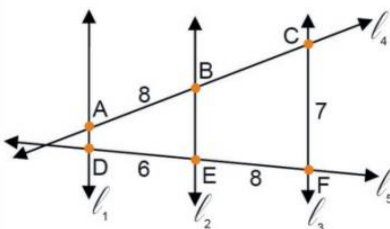
3. $\overrightarrow{PF} \parallel \overrightarrow{QG} \parallel \overrightarrow{RH}$; $GH = \underline{\hspace{2cm}}$



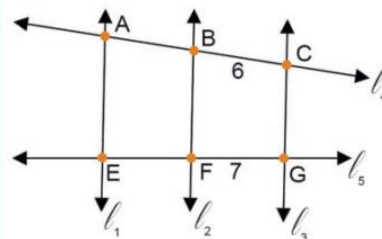
4. $\ell_1 \parallel \ell_2 \parallel \ell_3$; $DE = \underline{\hspace{2cm}}$



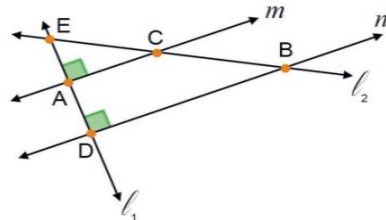
5. $\ell_1 \parallel \ell_2 \parallel \ell_3$; $BE = \underline{\hspace{2cm}}$



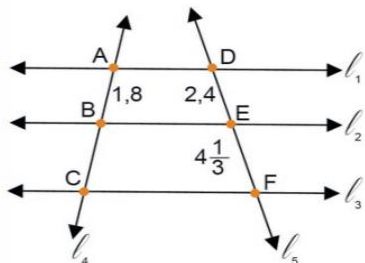
6. $\ell_1 \parallel \ell_2 \parallel \ell_3$; $EG = 16$, $AB = \underline{\hspace{2cm}}$



7. $m \parallel n$; $EC = 6$; $EB = 10$; $EA = 2$; $ED = \underline{\hspace{2cm}}$



8. $\ell_1 \parallel \ell_2 \parallel \ell_3$; $BC = \underline{\hspace{2cm}}$



9. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $CE = 6$, $BC = \underline{\hspace{2cm}}$

