

Nombre: _____ Sección: _____

Probabilidad**La importancia del azar en los procesos de muestreo estadístico.**

Una **muestra estadística** (o una **muestra**) es un subconjunto de elementos de la población **estadística**. El mejor resultado para un proceso estadístico sería estudiar a toda la población. Pero esto en muchos casos resulta imposible, ya sea porque supone un coste económico alto o porque requiere demasiado tiempo. De allí la importancia de elegir una muestra que sea representativa.

Considere la siguiente situación:

Una organización desea realizar una selección de 15 estudiantes entre el total de estudiantes de 9° Año para que participen en un nuevo programa de salud integral. El requisito que pide la organización patrocinadora del programa es que la selección de las y los estudiantes se realice de forma aleatoria.

- Piense una estrategia de selección aleatoria.

Algunas de las posibles soluciones que se podrían aportar podrían ser:

- Realizar un listado con cada estudiante de noveno y realizar una rifa para seleccionar 15 de ellos.
- Seleccionar por medio de una rifa una determinada cantidad de estudiantes de cada grupo de 9° Año, de modo que entre todos los seleccionados sumen 15 estudiantes.

Para que la solución propuesta sea aleatoria cada estudiante de 9° Año tiene una probabilidad de ser seleccionado.

Si eligiéramos por ejemplo los 15 jóvenes que tiene mayor altura, ya está muestra no estaría escogida de forma aleatoria (no sería al azar) y por tanto el programa ya no cumpliría de la misma forma su objetivo.

Podemos concluir que **el muestreo aleatorio es aquel proceso de selección de una muestra sobre una población por medio del cual todos los grupos tienen una probabilidad (no nula) de ser seleccionados.**

El azar juega un rol fundamental en el proceso de conexión entre la *Probabilidad* y la *Estadística*. Un ejemplo de ello lo constituye la selección de muestras estadísticas aleatorias, éstas permiten que el estudio estadístico no este sesgado.

El muestreo aleatorio para la implementación de encuestas a nivel nacional es sumamente importante. Un ejemplo de ello son las encuestas realizadas antes de las elecciones presidenciales que, mediante la intención del voto de las personas, se establece la probabilidad de que salga electo un determinado candidato.

Eventos para los cuales su probabilidad no puede ser determinada empleando el concepto clásico.

En algunas situaciones se conoce con detalle el espacio muestral, como en el ejemplo anterior de los estudiantes de noveno año de un colegio determinado. Desafortunadamente eso no siempre ocurre pues en muchas ocasiones el espacio muestral es muy grande, es indefinido o incluso es infinito.

Considere cada una de las siguientes situaciones:

- Una persona se dirige a un supermercado a comprar un litro de aceite, y aunque el contenido del recipiente dice 1000 ml se tiene la duda que efectivamente estos recipientes contengan esta cantidad, por lo que se desea determinar la probabilidad de que el recipiente tenga menos de un litro tal como dice la etiqueta.
- Piense ¿Cómo se podría enfrentar este problema?

- b. Existe la creencia entre la población que en un embarazo cualquiera es igualmente probable que la criatura sea niño o niña; no obstante, los datos indican que en una población hay más mujeres que hombres.
- Piense ¿Cómo comprobar si efectivamente son igualmente probables?
- c. Se ha afirmado que la probabilidad de que una persona fumadora muera de una enfermedad asociada con el consumo del cigarrillo es de aproximadamente un medio.
- Piense ¿De qué manera se podría estimar dicha probabilidad?

Se puede notar que en estas situaciones la cantidad de elementos del espacio muestral es sumamente grande, se podrían escoger muestras para realizar estos estudios, teniendo en cuenta que entre más grande la muestra es más confiable mi respuesta.

Se aplica en estas situaciones la probabilidad frecuencista. **La probabilidad frecuencista o probabilidad empírica es la frecuencia relativa del evento en relación con una muestra aleatoria, que se determina por la razón entre los resultados favorables en la muestra entre el total de elementos muestreados.**

Frecuencia relativa como una aproximación al concepto de Probabilidad, en eventos en los cuales el espacio muestral es infinito o indeterminado.

En estadística, la frecuencia de un evento es el número de veces en que dicho evento se repite durante un experimento o muestra estadística. La frecuencia relativa se obtiene al dividir este número entre el total de datos.

Como se mencionó en la definición de probabilidad frecuencista, una vez escogida una muestra aleatoria se determina la razón (división) de los casos favorables entre los casos totales.

Para entender mejor esta definición observemos el siguiente ejemplo:

Diferentes estudios han demostrado que las madres que fuman cuando están embarazadas tienen una mayor probabilidad de tener hijos con bajo peso y por ende con mayor probabilidad de tener complicaciones de salud. Tomando como referente la información del artículo Factores de riesgo en el bajo peso al nacer, publicado en Revista Cubana de Medicina General Integral (julio-septiembre, 1995), seguidamente se simuló un escenario basado en esta relación con una muestra aleatoria de 1000 partos.

Madres	Bajo peso al nacer		Total
	Sí	No	
Fumadoras	46	307	353
No fumadoras	39	608	647
Total	85	915	1000

Tomando como referente esta información, estime:

- a. La probabilidad que una madre que fumó durante el embarazo tenga un niño con bajo peso.

R/ Para esto se calcula la probabilidad frecuencista dividiendo los niños con bajo peso de madres fumadoras entre el total de madres fumadoras, es decir, $\frac{46}{353} = 0,13$

- b. La probabilidad que una madre no fumadora tenga un niño con bajo peso.

R/ Para esto se calcula la probabilidad frecuencista dividiendo los niños con bajo peso de madres no fumadoras entre el total de madres no fumadoras, es decir, $\frac{39}{647} = 0,06$

- c. ¿Cuántas veces más probable es que una mujer que fumó durante el embarazo tenga un niño con bajo peso respecto a una madre que no fumó en ese período?

R/ Es mayor la probabilidad de que una mujer que fumó durante el embarazo tenga un niño con bajo peso pues es mayor 0,13 que 0,06 (recuerde que la comparación de decimales se hace dígito a dígito.)

Es importante notar que el valor de estas probabilidades corresponde a una aproximación sujeta a una situación particular, pues no se puede aplicar aquí la definición clásica de probabilidad, sino que se aproxima por medio de la frecuencia relativa de ocurrencias en el caso estudiado.

Trabajo cotidiano #5

1. A) Marque con una X las muestras según sean aleatorias o no.

Muestra	Aleatoria	No Aleatoria
1. Para determinar la preferencia por el sabor de un refresco entre los adolescentes, se encuestó a los 100 estudiantes según iban ingresando al colegio.		
2. La escogencia de 5 equipos de futbol según su capital económico para analizar su rendimiento.		
3. Escoger por rifa 5 personas de los asistentes a un programa de televisión, para que participen en el concurso de ganarse un carro.		
4. Seleccionar 20 estudiantes del CARA según su estatura para conformar la selección de futbol del cole.		
5. Para estimar el resultado de las elecciones nacionales, se realizó una encuesta a 3000 personas que vivían en la comunidad de donde es oriundo el candidato A.		

- B) Marque con una x las muestras que son aleatorias

- ☐ Para evaluar la calidad de los envases producidos en una fábrica, un empleado somete a prueba los últimos 10 envases producidos cada día.
- ☐ El INEC realiza periódicamente, llamadas a 10 000 hogares costarricenses. Para esto eligen 10 números de cada una de las 1000 páginas de una guía telefónica.
- ☐ En una empacadora de atún un empleado debe verificar la calidad de las latas. Para esto toma cada 5 minutos una de las latas de atún que pasa por la banda transportadora.
- ☐ Una empresa que elabora productos lácteos quiere conocer la calidad de la leche que recibe. Para realizar el estudio eligió a los 3 mayores proveedores de ese producto.
- ☐ Para desarrollar un proyecto, el MOPT debe elegir una empresa constructora tica. Para esto decide evaluar el trabajo de 3 empresas de la zona de Guanacaste.

2. Marque con una X en los eventos en los cuales se aconseja utilizar la probabilidad frecuencista.

Probabilidad que se quiere calcular	
1. Probabilidad de que al lanzar una moneda obtenga corona.	
2. Probabilidad que una persona diabética muera por enfermedad del corazón.	
3. Probabilidad de que al escoger un estudiante de la 9-1 al azar este tenga cabello negro.	
4. Probabilidad de lanzar un dado y obtener un numero primo.	
5. En una empresa envasan refresco en cajas de 254 ml. En ocasiones el refresco envasado es un poco menos de los 254 ml. Se busca determinar cuál es la probabilidad de que al escoger un refresco al azar este tenga menos de 253 ml.	
6. En un banco se trata de determinar cuál es la probabilidad que un cliente con un salario menor a ¢200000 pague al día sus deudas.	
7. Probabilidad de elegir un estudiante de noveno del Colegio el Roble y que este ya haya completado todos los cotidianos de Matemática del primer periodo.	

3. Resuelva los siguientes problemas.

Problema #1

Considere la información del cuadro adjunto que corresponde a los datos de una encuesta aplicada a 400 estudiantes de Primaria y Secundaria de una comunidad. Esta encuesta tenía como propósito identificar el trabajo infantil con los oficios en su propio hogar tales como: cuidar a hermanos menores, cocinar, lavar, planchar, limpiar la casa, entre otros.

Relación entre el sexo y el trabajo infantil para una muestra aleatoria de 400 estudiantes de educación Primaria y Secundaria de cierta comunidad

Trabajo infantil	Sexo		Total
	Niños	Niñas	
Hacen oficio en su hogar	100	84	184
No hacen oficio en su hogar	150	66	216
Total	250	150	400

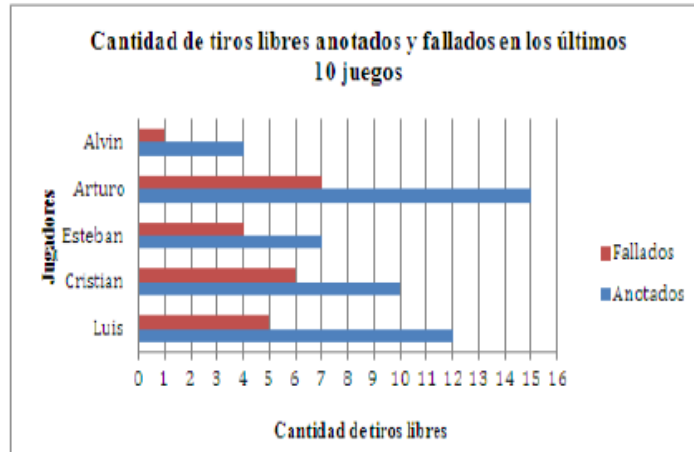
De acuerdo con la información anterior conteste:

- ¿Cuál es la probabilidad de que si usted es niño no haga oficio en su hogar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que si usted es niña no haga oficio en su hogar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que si usted es niño, haga oficio en su hogar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que si usted es niña, haga oficio en su hogar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que si usted no hace oficio en su hogar, sea un niño?
- ¿Cuál es la probabilidad de que si usted hace oficio en su hogar, sea un niño?

Problema #2

Luis, Cristian, Esteban, Alvin y Arturo forman el equipo titular de baloncesto de su colegio. El siguiente cuadro presenta los tiros anotados y fallados por el equipo titular en los últimos 10 juegos.

De acuerdo a los datos anteriores y con el principio de probabilidad empírica, ¿quién tiene mayor probabilidad de anotar su primer tiro libre en el próximo partido?



- Alvin
- Arturo
- Esteban
- Luis

Para contestar esta pregunta calcule:

- La probabilidad de que Alvin al hacer un tiro libre anote un gol (está se calcula dividiendo el total de tiros libres que tiró Alvin, entre los tiros libres anotados por él)
- La probabilidad de que Arturo al hacer un tiro libre anote un gol.
- La probabilidad de que Esteban al hacer un tiro libre anote un gol.
- La probabilidad de que Cristian al hacer un tiro libre anote un gol.
- La probabilidad de que Luis al hacer un tiro libre anote un gol.

Problema #3

Una empresa de venta de vehículos en Costa Rica desea realizar un estudio con respecto al grado de conformidad que tienen sus clientes luego de seis meses de haber adquirido el vehículo, esto según su género, con el fin de tomar medidas en la empresa. Para esto realiza una encuesta telefónica a 2540 clientes de la casa automotora obteniendo los resultados:

	Grado de conformidad del cliente de la empresa automotora.				
	Muy conforme	conforme	Poco conforme	Nada conforme	TOTAL
Hombre	288	320	256	156	1020
Mujer	658	422	225	215	1520
TOTAL	946	742	481	371	2540

De acuerdo con la información anterior conteste:

- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea hombre?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer muy conforme?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer nada conforme?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre poco conforme?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre conforme?

Problema # 4

Peso exacto de 100 bolsas de frijoles del total que hay en un supermercado	
Peso en gramos	Frecuencia
[885, 890[	14
[890, 895[	26
[895, 900[	52
[900 905[	8

¿Cuál es la probabilidad de que, al comprar una bolsa de frijoles en el supermercado, pese entre 885g y 890g?

Si las bolsas están etiquetadas con un peso de 900g, ¿cuál es la probabilidad de comprar una bolsa con un peso menor al indicado?

Si las bolsas están etiquetadas con un peso de 890g, ¿cuál es la probabilidad de comprar una bolsa con un peso mayor o igual al indicado?

Propiedades de las probabilidades que están vinculadas con evento seguro, probable e imposible (válidas para la definición frecuencial).

Primero trabajaremos tres definiciones importantes con sus respectivos ejemplos:

Evento seguro: Representa un evento que, en la realización de una experiencia o experimento, se tiene absoluta seguridad que va a ocurrir. **Ejemplos:**

- Al arrojar un dado, un suceso seguro es que obtendremos un número menor que 7.
- Al lanzar una moneda al aire, obtendremos escudo o corona.
- Si tenemos bolas negras y rojas en una caja, será un suceso seguro extraer una roja o negra.

Evento probable: Representa un evento que, en la realización de una experiencia o experimento, puede ocurrir o no ocurrir. **Ejemplos:**

-Al lanzar un dado obtener un número tres.

-En una caja llena de manzanas, peras y melocotones, el sacar una pera.

-En una caja que hay bolas amarillas, rojas y azules, el sacar una bola amarilla.

Evento imposible: Representa un evento que, en la realización de una experiencia o experimento, no es posible su ocurrencia. Es decir, el suceso que no se realiza nunca. **Ejemplo:** de una caja que tiene sólo fichas verdes y se quiere extraer una ficha roja.

Algunos otros **ejemplos de sucesos imposibles** pueden ser:

-Al lanzar un dado obtener un número mayor que seis.

-En una caja llena de manzanas sacar una pera.

-En una caja que hay bolas amarillas, rojas y azules, el sacar una bola morada.

-En una tienda que vende solamente zapatos Nike comprar un zapato Adidas.

- La probabilidad clásica o Laplaciana definida como la razón entre resultados favorables y casos totales,

$$P(E) = \frac{\text{resultados favorables}}{\text{total de resultados}},$$

cumple con una serie de propiedades entre ellas:

- 1) La **probabilidad** de un evento **seguro** es 1; pues la cantidad de resultados favorables es igual a la cantidad total de resultados. Es decir, $P(E) = 1$
- 2) La **probabilidad** de un evento **probable** es siempre un valor entre 0 y 1. Es decir, $0 < P(E) < 1$
- 3) La **probabilidad** de un evento **imposible** es cero; pues la cantidad de resultados favorables es cero. Es decir, $P(E) = 0$
- 4) La suma de las probabilidades de un suceso y su contrario vale 1.

Todas estas propiedades no solo se cumplen en el cálculo de la probabilidad Laplaciana, sino que también son válidas para el cálculo de la probabilidad frecuencial.

Considere el siguiente ejemplo:

En una competencia de atletismo participan 5 corredores de Francia y 3 corredores de España.

Calcule las siguientes probabilidades:

- 1) La probabilidad de que el ganador sea un corredor de Europa

$$P(E) = \frac{8}{8} = 1$$

- 2) La probabilidad de que el ganador sea un corredor de España

$$P(E) = \frac{3}{8} = 0,375 \text{ note que } 0 < 0,375 < 1$$

- 3) La probabilidad de que el ganador sea un corredor de América

$$P(E) = \frac{0}{8} = 0$$

- 4) La probabilidad de que el ganador no sea un corredor de España.

Como la probabilidad de que sea de España es 0,375; la probabilidad de que no sea de España es $1 - 0,375 = 0,625$

La probabilidad es una medida que nos contesta, qué tan posible es que suceda un evento.

Con respecto a eso debe quedar claro lo siguiente:

Entonces, a cada evento se le asigna un número entre 0 y 1 que mide cuán probable es que suceda.

- Si $P(A) = 0$ decimos que el evento A es **imposible** y nunca sucederá
- Si $P(A) = 1$ decimos que el evento A es **seguro** y en cualquier caso sucederá
- Si $0 < P(A) < 1$ decimos que el evento A es **posible** y no se puede determinar si sucederá o no.
- La probabilidad de que A no ocurra es $1 - P(A)$

Frecuencia relativa de ocurrencia se aproxima hacia la probabilidad clásica conforme el número de observaciones aumenta (Ley de los grandes números).

Para ejemplificar la ley de los grandes números, podemos analizar el siguiente problema del contexto nacional:

Tradicionalmente se ha creído que dentro de un parto simple es igualmente probable que nazca una niña o un niño. La probabilidad clásica o Laplaciana respalda este hecho diciendo que: La probabilidad de que en un parto simple nazca un niño(varón) es de $\frac{1 \text{ (resultados favorables)}}{2 \text{ (total de resultados)}} = 0,5$ y de igual forma la probabilidad de que nazca una niña es $\frac{1}{2} = 0,5$.

Suponga que en el período 2000-2010, en el cantón central de la provincia de Heredia se presentaron los siguientes datos respecto al sexo de los niños que nacieron.

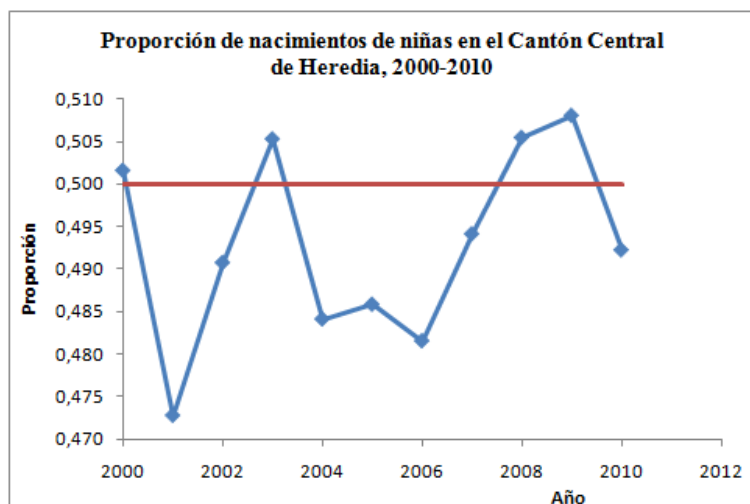
Año	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Hombres	963	1102	959	988	988	978
Mujeres	969	988	924	1009	927	924
Total	1932	2090	1883	1997	1915	1902

2006	2007	2008	2009	2010
925	939	958	951	944
859	917	979	982	915

1784	1856	1937	1933	1859
------	------	------	------	------

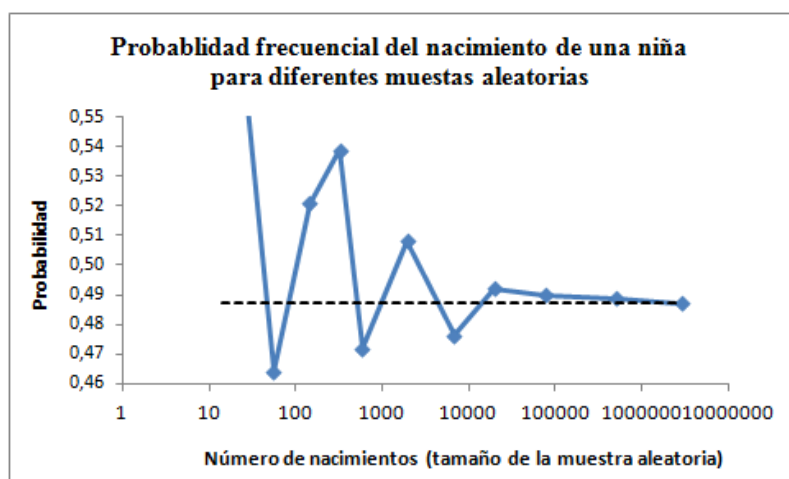
- Determine para cada uno de los años la probabilidad de que el producto de un parto cualquiera sea una niña. Verifique que los resultados obtenidos son:

Año 2000 = 0,501	Año 2001 = 0,472	Año 2002 = 0,490	Año 2003 = 0,505
Año 2004 = 0,484	Año 2005 = 0,485	Año 2006 = 0,481	Año 2007 = 0,494
Año 2008 = 0,505	Año 2009 = 0,508	Año 2010 = 0,492	
- Los datos anteriores ¿confirman o contradicen la creencia original de que la probabilidad de que nazca una niña es $\frac{1}{2}$? Puede dibujar un gráfico de línea para visualizar mejor el patrón de variabilidad de los datos. Si los datos no apoyan dicha creencia, ¿cuál sería la mejor aproximación que usted puede dar para esta probabilidad?



Observe que las probabilidades dan valores que rondan $0,5 = \frac{1}{2}$. Estas son aproximaciones a la probabilidad real pues se está trabajando con una muestra aleatoria. Es decir, se confirma la creencia original. De hecho, entre más grande sea la muestra tomada, esta probabilidad debe irse acercando cada vez más a $0,5 = \frac{1}{2}$.

Esto es lo que enuncia la Ley de los grandes números: entre más grande sea la muestra con la que se trabaja, más se aproxima la probabilidad frecuencial de un evento a su valor real. Una representación gráfica como la siguiente puede ayudar a visualizar mejor este hecho:



Observe que entre más grande es la muestra elegida, la probabilidad frecuencial se acerca a la probabilidad Laplaciana

Este es un buen ejemplo de la forma en que por medio de un análisis matemático se puede valorar la veracidad de una creencia popular.

Problemas vinculados con fenómenos aleatorios dentro del contexto estudiantil.

Al resolver problemas provenientes de fenómenos aleatorios dentro del contexto estudiantiles es muy importante:

1ª Interpretar la información relacionada con el problema, ya sea que este dada por medio de un cuadro, un gráfico o un texto.

2ª Establecer los pasos necesarios para resolver dicho problema de acuerdo con las características y propiedades de las probabilidades.

3ª Describir la forma de resolver problemas y aplicarla para obtener la respuesta solicitada.

Ejemplo:

Se quiere saber cuál es la materia preferida de los estudiantes de escuela, de acuerdo con el sexo del niño, pues se cree que los hombres tienen preferencia por la ciencia y los números y las mujeres todo lo contrario. Para realizar este estudio se escogieron 1020 estudiantes procedentes de diferentes escuelas del cantón de Alajuela.

Los resultados se muestran en el siguiente cuadro

ESPECIALIDAD	HOMBRES	MUJERES	NÚMERO DE ESTUDIANTES
MATEMÁTICAS	50	100	150
CIENCIAS NATURALES	130	110	240
CIENCIAS SOCIALES	220	230	450
ESPAÑOL	60	120	180
Totales	460	560	1020

¿Cuál es la probabilidad de que si usted es mujer su materia favorita sea las matemáticas?

¿Cuál es la probabilidad de que si usted es mujer su materia favorita no sea matemática?

¿Cuál es la probabilidad de que usted sea una mujer para la cual su materia favorita sea la matemática?

Es necesario que usted se asegure de comprender completamente la información del cuadro y que seleccione con cuidado la propiedad más conveniente para dar respuesta al ejercicio. Realícelo y verifique que las respuestas obtenidas son: 0,179; 0,821 y 0,098 respectivamente (los resultados se encuentran redondeados a la milésima más próxima)

Trabajo cotidiano #6

1) Clasifique los siguientes eventos en posibles, imposibles o seguros:

- a) El cumpleaños de María es el 29 de febrero.
- b) El cumpleaños de Juan es el 30 de febrero.
- c) Costa Rica le ganará a México 5-0 en el Estadio Azteca.
- d) Costa Rica clasificó al mundial Brasil 2014
- e) Se escoge al azar un divisor de 225. Ese número es divisor de 240.

2) En una caja hay únicamente cierta cantidad de bolas. Unas son rojas y otras negras. Se escoge al azar un objeto. Clasifique los siguientes eventos como posibles, imposibles o seguros, con respecto al objeto sacado:

- a) El objeto es una bola
- b) El objeto es negro
- c) El objeto es azul.
- d) El objeto es rojo o azul.
- e) El objeto es rojo o negro.
- f) El objeto es rojo y negro.

3) Conteste

A) Juan utiliza dos colores de medias nada más: Azules y blancas. Tiene 10 pares de medias azul, y 14 pares de medias blancas todas en un solo cajón. Saca una media al azar y esta es blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que la siguiente media que saque también sea blanca?

B) La probabilidad de un evento es $\frac{2}{7}$ ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra el evento?

C) Una empresa de cable quiere saber la cantidad de familias que a la fecha tiene este servicio, para esto consultan a 130 jefes de familia procedentes de 3 diferentes zonas, los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Zona	Familias con TV		Total
	TV con cable	TV sin cable	
1	24	1	25
2	36	9	45
3	4	56	60
Total	64	66	130

- ¿Cuál es la probabilidad de que el encuestado sea de la zona 3?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el encuestado tenga televisión con cable?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el encuestado no sea de la zona 3?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, si usted es de la zona 2, tenga televisión con cable?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, si usted tiene televisión con cable, usted sea de la zona 2?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, si usted tiene televisión con cable, usted no sea de la zona 2?

D) Observe el siguiente ejemplo:

Nº de hijos de obreros de la empresa	
x_i	Obreros
0	20
1	45
2	57
3	39
4	28
5	14
6	9

Se decide seleccionar una familia al azar.- ¿Cuál es la probabilidad de que esta tenga 3 hijos?.-

39

$$P(3) = \frac{\quad}{212} = 0,1840$$

212

⇒ 18 %

Según los datos:

- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una familia que tenga más de tres hijos?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una familia que tenga menos de dos hijos?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una familia que tenga más de seis hijos?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una familia que tenga menos de siete hijos?

E) Observe el siguiente ejemplo:

Ejemplo: El siguiente gráfico muestra la distribución de un grupo de personas según sus edades. ¿Cuál es la probabilidad de escoger a una persona mayor de 19 años?



Según los datos:

- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona que tenga más de 22 años?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona que tenga más de 15 años?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona que tenga 17 años?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona que no tenga 17 años?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona que tenga más de 16 años?
- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona que tenga menos de 17 años?