Función Exponencial | Undécimo | Fascículo #3 2025

Nombre:_______________________________ **Sección:**_____

Institución: **Colegio Ambientalista el Roble**	Tema: **Relaciones y Algebra**
Docente: **Alonso Ramírez A.**	Asignatura: **Matemática**
Elaborado / Recopilado: **Danny González Alvarado - Lilliana Calvo Herrera**	

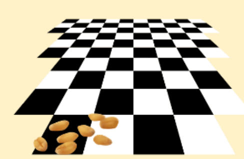
Iconografía

ÍCONO	DESCRIPCIÓN	ÍCONO	DESCRIPCIÓN
	Conceptos *teóricos.*		***Prácticas*** *para el estudiante.*
	Explicación *de ejemplos y teoría.*		*Los códigos QR contienen un enlace que dirigirán al estudiante a una* ***video-explicación*** *del tema, práctica o solución del ejercicio, puede acceder a ellos escaneándolo o presionando click sobre ellos desde el archivo pdf.*

La leyenda del ajedrez

Observa el video adjunto y escribe en el espacio de debajo de qué se trata la leyenda.

Scan me



¿Ante la pasada situación del COVID-19, hemos escuchado muchas veces la siguiente frase:

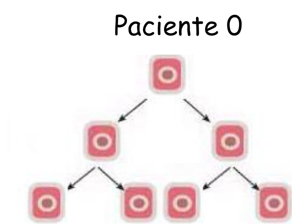
"El número de casos crece exponencialmente"

Conteste: ¿Qué tan cierta es esta afirmación…?

Resulta que según un estudio matemático realizado se determinó que el número de casos de COVID-19 crece más lentamente que un crecimiento exponencial. Esta disminución en la velocidad del crecimiento se debe a las actividades de confinamiento y vigilancia para controlar la epidemia. Se muestra un caso hipotético al respecto:

☺ **Situación problema:** Suponiendo que los médicos afirmen, que el virus se propague exponencialmente de la siguiente forma: La primera persona infectada (el llamado paciente CERO) es capaz de infectar a dos personas en un solo día (supondremos que esa persona no infectará a nadie más después del primer día, pero seguirá estando enfermo), de una manera similar, cada uno de los infectados contamina a otras dos personas, entonces:

- ¿cuántas personas infectadas habría en 4 días?
- ¿cuántos en una semana?
- ¿cuántos en 15 días?
- ¿cuántos en dos meses?
- ¿Y en un año?... que podemos afirmar de los datos obtenidos.



Concepto de función exponencial: Dado un número real "a" mayor que cero ($a > 0$) y diferente de uno ($a \neq 1$) existe una función $f(x) = a^x$, con $f: IR \to IR^+$ que se llama función exponencial de base a y es toda función del tipo:

$$f(x) = k \bullet a^x$$

Exponente, $x \in IR$

Coeficiente de la función $k \neq 0$

Base de la función $a \in IR^+, a \neq 1$

SCAN ME

Vídeo Explicación:

https://youtu.be/6o4NRMhI0u0

Ejemplo #1:

a) $f(x) = 5^x$, función exponencial de base **5** y exponente $\boldsymbol{x}$.

b) $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = (0{,}5)^x$, función exponencial de base $\frac{1}{2}$ o de base $0{,}5$ y exponente $\boldsymbol{x}$.

c) $\mathrm{p}(x) = -3(\pi)^x$, función exponencial de base $\boldsymbol{\pi}$, coeficiente $\mathbf{-3}$ y exponente $\boldsymbol{x}$.

Guía de ejercicios #1:

Instrucciones: Escriba una E dentro del paréntesis si la función dada es exponencial y NE si no lo es.

1 ( ) $f(x) = 8^x$

2 ( ) $f(x) = 1^x$

3 ( ) $f(x) = (-4)^x$

4 ( ) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

5 ( ) $f(x) = (5^{-2})^x$

6 ( ) $f(x) = \left(\frac{2^3}{8}\right)^x$

7 ( ) $f(x) = -4\cdot(7)^x$

8 ( ) $f(x) = x^x$

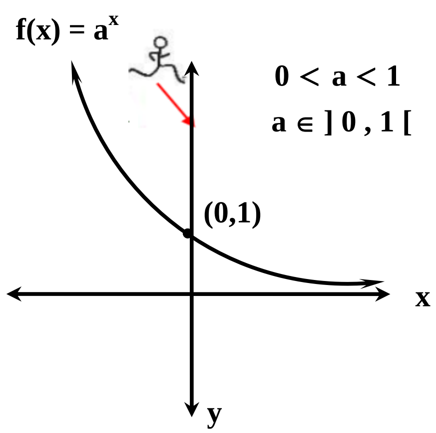
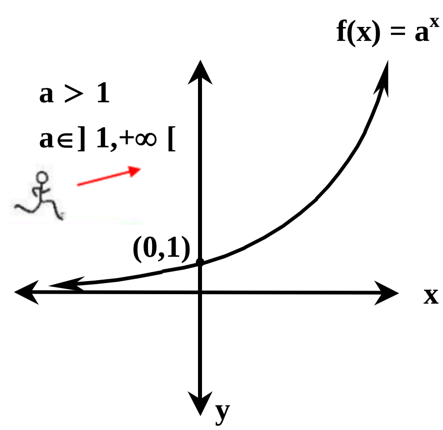
9 ( ) $f(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^{-3x}$

10 ( ) $f(x) = (0,1)^x$

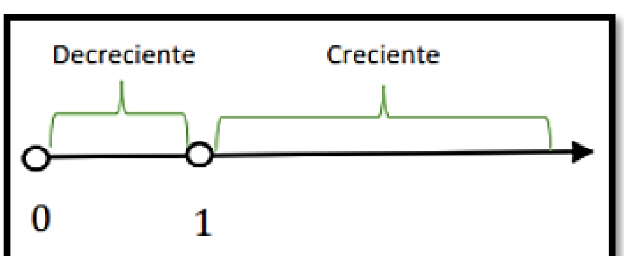
Nota: La solución a este ejercicio están en el vídeo del código QR anterior.

Gráfica de la Función Exponencial:

La gráfica de la función exponencial puede ser:

CASO I.	**CASO II.**
Estrictamente **decreciente** cuando **0 < a < 1**. (a∈] 0,1 [ )	Estrictamente **creciente** cuando **a > 1**. (a∈]1,+∞[ )
	

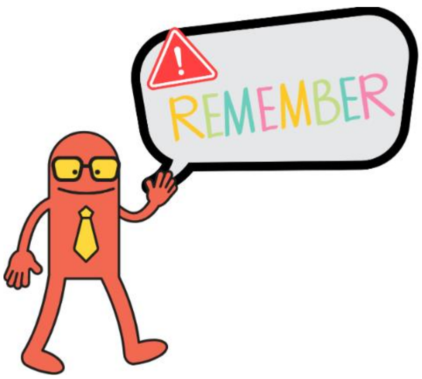
Otra manera de entender la clasificación es:



CARACTERÍSTICAS DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL:

La función exponencial $f(x) = a^x$; $f : IR \rightarrow IR^+$ tiene las siguientes características:

1) Es estrictamente **creciente** cuando $\boldsymbol{a} > \mathbf{1}$. (a $\in$] 1, +∞ [ ).
2) Es estrictamente **decreciente** cuando $\mathbf{0} < \boldsymbol{a} < \mathbf{1}$. (a $\in$] 0, 1 [ ).
3) La gráfica corta el “eje y” en el par ordenado $(\mathbf{0}, \mathbf{1})$, pues para cualquier función exponencial tenemos que $f(0) = a^0 = 1$
4) La gráfica se aproxima cada vez más al “eje x” para ciertos valores de x, pero nunca lo toca, por lo que el “eje x” representa una **asíntota horizontal**.
5) La función es **inyectiva** y tiene inversa.
6) El **dominio** de la función es $\mathbb{R}$.
7) El codominio de la función es $\mathbb{R}^+ = \left]0, +\infty\right[$ y dado que tiene inversa, el ámbito es también $\mathbb{R}^+$.



En algunos ejercicios se solicita indicar si una función exponencial es creciente o decreciente, en cuyo caso además de observar el valor de la base, debemos también observar el signo del exponente. Si el exponente es negativo, la base se debe invertir, para luego determinar su característica. Además, si el signo del coeficiente es negativo también se invierte su monotonía.

Guía de ejercicios #2:

https://youtu.be/_PFDTT8hH

Instrucciones: Determine si las siguientes funciones exponenciales son crecientes(C) o decrecientes (D).

a) **(   )** $h(x) = 3^x$

b) **(   )** $g(x) = 0{,}3^x$

c) **(   )** $p(x) = 0{,}3^{-x}$

d) **(   )** $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

e) **(   )** $f(x) = 4^{2x+1}$

f) **(   )** $f(x) = \frac{(1{,}5)^x}{2}$

g) **(   )** $f(x) = (e)^x$

h) **(   )** $f(x) = \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$

i) **(   )** $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

j) **(   )** $f(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^{-x}$

k) **(   )** $w(t) = 3^{-t}$

l) **(   )** $h(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[5]{13}}\right)^{-4x}$

m) **(   )** $f(x) = \sqrt{2} \bullet \left(\frac{2}{5}\right)^x$

n) **(   )** $f(x) = \left(8\sqrt[3]{\frac{2}{15}}\right)^x$

o) **(   )** $f(x) = -2 \bullet \left(\frac{4}{3}\right)^x$

SCAN ME

Para una mejor comprensión de tema y la práctica adjunta, te invitamos a ver la explicación en vídeo en el siguiente enlace o escaneando el código QR

Nota: La solución a este ejercicio están en el vídeo.

Guía de ejercicios #3

Instrucciones: A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a la función exponencial y a los principios básicos, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante.

PARTE A: A continuación, se le muestran una serie de expresiones, escriba cuál de ellas corresponden a funciones exponenciales y cuáles no, esto escribiendo **si corresponde** o **no corresponde** sobre la línea.

a. $f(x) = 2^3$ ________________

b. $g(x) = 8^{-x}$ ________________

c. $h(x) = x^7$ ________________

d. $f(x) = 0^x$ ________________

e. $f(x) = 1^x$ ________________

f. $p(x) = -9^x$ ________________

g. $f(x) = (-9)^{-x}$ ________________

h. $f(x) = (0{,}4)^x$ ________________

PARTE B: Clasifique las siguientes funciones exponenciales en crecientes **(C)** y decrecientes **(D).**

a. $f(x) = 2^{-x}$ __________

b. $g(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^x$ __________

c. $f(x) = (0{,}5)^{-x}$ __________

d. $h(x) = \left(\sqrt{3}\right)^x$ __________

e. $t(x) = 6^x$ __________

f. $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$ __________

g. $f(x) = \left(2\sqrt{2}\right)^x$ __________

h. $q(x) = (8)^{-x}$ __________

i. $i(x) = (4{,}06)^{-x}$ __________

j. $o(x) = (3)^x$ __________

k. $y(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ __________

l. $f(x) = (0{,}03)^x$ __________

Nombre de la persona estudiante: ________________________________ **Sección:** __________

<table>
<tr><th rowspan="2">Indicadores del aprendizaje esperado</th><th colspan="3">Escala/Criterios</th><th rowspan="2">Observaciones</th></tr>
<tr><th>Logrado / Avanzado (3 puntos)</th><th>En Proceso / Intermedio (2 puntos)</th><th>No Logrado / Inicial (1 punto)</th></tr>
<tr><td>Analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Nombre de la persona encargada legal / FIRMA:</td><td colspan="2"></td><td>FECHA:</td><td>___/___/___</td></tr>
</table>

Imágenes y Preimágenes

Al igual que en cualquier función, para calcular imágenes se sustituye el valor en el criterio y para calcular preimágenes se iguala el criterio al valor, y luego se resuelve la ecuación.

Para calcular preimágenes se utiliza el siguiente hecho: como la función exponencial es inyectiva:

$a^x = a^b$, entonces necesariamente $x = b$.

Por ejemplo: Si $5^x = 25 \Longrightarrow 5^x = 5^2 \Longrightarrow x = 2$.

Ejemplo:

Para la función $f(x) = 4^x$, complete las siguientes proposiciones

a) La imagen de -2 es:

b) La preimagen de 16 es:

c) La imagen de $-\frac{3}{2}$ es :

d) La preimagen de 32 es:

e) $\frac{1}{64}$ es imagen de :

f) La intersección con el eje y es:

Ecuaciones Exponenciales: Se les llama así a aquellas ecuaciones en las cuales la incógnita se encuentra en el exponente. Al resolver ecuaciones exponenciales por lo general, debemos aplicar algunas leyes de potencias, las cuales recordamos a continuación:

1) $a^n \bullet a^m = a^{n+m}$	2) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	3) $\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$
4) $a^0 = 1$	5) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	6) $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

Una ecuación exponencial de bases iguales es una expresión de la forma: $a^{g(x)} = a^{f(x)}$ de donde podremos asegurar que $g(x) = f(x)$.

Algunos ejemplos:

1) $3^{x} = 3^{2x-5}$ **2)** $8^{-x+1} = 16^{3x}$ **3)** $5^{x^2+4} = 1$

<u>El procedimiento básico para resolver una ecuación de este tipo es el siguiente:</u>

1) Escribir a la izquierda del igual y a la derecha del mismo, las expresiones de tal forma que tengan la misma base.

2) En caso de que ambas potencias no tengan la misma base o no aparezca una sola potencia en ambos lados del igual, puede intentarse lo siguiente:

a) Factorizar las bases correspondientes a números compuestos, hasta reducirlas a potencias con igual base.

b) Aplicar propiedades de potencias tales como; multiplicación o división de potencia con igual base en las que, respectivamente, se suman o se restan los exponentes, manteniendo la base.

3) Cuando se obtienen dos potencias con igual base (una a cada lado del igual), se procede a cancelar las bases y resolver la ecuación resultante. El resultado obtenido en este paso, corresponde a la solución de la ecuación exponencial.

Ejemplos Resueltos:

Encuentre la solución de cada ecuación exponencial.

a) $2^{x} = 8$ b) $3^{2x} = 9$ c) $7^{-x} = \frac{1}{49}$

a) $2^{x} = 8$ Se descompone 8 en factores para obtener potencias con igual base

$x=3$ Se usa la propiedad $a^{p} = a^{q}$ implica $p = q$

Descomposición de 8 en factores

8	2
4	2
2	2
1	

$8 = (2)(2)(2) = 2^{3}$

b) $3^{2x} = 9$ Se descompone 9 en factores para obtener

$3^{2x} = 3^{2}$ potencias con igual base

$2x = 2$ Se usa la propiedad $a^{p} = a^{q}$ implica $p = q$

$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$ Se resuelve la ecuación de primer grado

$x=1$

Descomposición de 9 en factores

9	3
3	3
1	

$9 = (3)(3) = 3^{2}$

c) $7^{-x} = \frac{1}{49}$ Se descompone 49 en factores para obtener potencias con igual base

$7^{-x} = \frac{1}{7^{2}}$

$7^{-x} = 7^{-2}$ Se utiliza la propiedad $\frac{1}{a^{n}} = a^{-n}$

$-x = -2$ Se usa la propiedad $a^{p} = a^{q}$ implica $p = q$

$x=2$

Guía de ejercicios #4

Instrucciones: Encuentre la solución a cada ecuación exponencial.

a) $4^{2x} = 16$ b) $2^{x+1} = 256$

c) $27^{x} = 3^{2x+3}$ d) $27^{x-1} = 9^{x+3}$

e) $10^{3-x} = 1$ f) $9^{x+1} = \left(\frac{1}{27}\right)^{1-x}$

g) $2^{x-1} = 32$ h) $8^{2x+1} = 64$

<u>RESPUESTAS</u>: a)1 b) 7 c)3 d)9 e) 3 f) 5 g) 6 h) 1/2

Estudiemos ***otros ejemplos un poco más complejos:***

Encuentre las soluciones de las ecuaciones exponenciales.
a) $9^{2x} = 81$ b) $64^{x} = 4^{4x+1}$ c) $125^{x-1} = 25^{x+3}$

a)

$$9^{2x} = 81$$
$$(3^2)^{2x} = 3^4$$

Se descomponen 9 y 81 en factores para obtener potencias con la misma base con la misma base 3

$$3^{4x} = 3^4$$

Se aplica la propiedad $(a^m)^n = a^{mn}$

$$4x = 4$$

Se usa la propiedad $a^p = a^q$ implica $p = q$

$$\frac{4x}{4} = \frac{4}{4}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado

$$x = 1$$

Otra forma de resolver la ecuación es
Se descompone 81 en factores para obtener potencias de base 9.

$$9^{2x} = 81$$
$$9^{2x} = 9^2$$
$$2x = 2$$
$$x = 1$$

b)

$$64^{x} = 4^{4x+1}$$
$$(2^6)^{x} = (2^2)^{4x+1}$$

Se descomponen 64 y 4 en factores para obtener potencias con la base común 2

$$2^{6x} = 2^{2(4x+1)}$$

Se aplica la propiedad $(a^m)^n = a^{mn}$

$$6x = 8x + 2$$

Se usa la propiedad $a^p = a^q$ implica $p = q$

$$6x - 8x = 2$$

Se resuelve la ecuación de primer grado

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{2}{-2}$$
$$x = -1$$

c) $125^{x-1} = 25^{x+3}$ Se descomponen 125 y 25 en factores para obtener potencias

Estudie los siguientes ejemplos resueltos alusivos a la solución de ecuaciones exponenciales y aquellos que están sin resolver debes hacerlos:

<table>
<tr>
<td>Ejemplo 1
Resuelva la ecuación
$5^{x+3} = 5^{2x+1}$</td>
<td>Ejemplo 2
Resuelva la ecuación
$3^{y} = 27$</td>
</tr>
<tr>
<td>1. Se igualan los exponentes por tener la misma base
$5^{x+3} = 5^{2x+1} \Rightarrow$
$x+3 = 2x+1$
2. Se resuelve la ecuación resultante
$x+3 = 2x+1 \Rightarrow$
$3-1 = 2x-x \Rightarrow$
$2 = x$
$\therefore S = \{2\}$</td>
<td>Dado que las bases no son iguales, el procedimiento a seguir es descomponer las bases con el objetivo de igualarlas.
1. Se factorizan las bases
3^{y} □ 27
3^{y} □ 3^{3}
2. Se igualan los exponentes por tener la misma base
3^{y} □ 3^{3}
□ y □ 3</td>
</tr>
<tr>
<td>Ejemplo 3
Resuelva la ecuación
$2 \cdot 4^{x-1} = 8^{x}$</td>
<td>Ejemplo 4
Resuelva la ecuación
$(343)^{x} = 7 \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{2x+1}$</td>
</tr>
<tr>
<td>1. Se factorizan las bases
$2 \cdot 4^{x-1} = 8^{x} \Rightarrow$
$2 \cdot \left(2^{2}\right)^{x-1} = \left(2^{3}\right)^{x} \Rightarrow$
2. Se aplican las leyes de potencias
$2 \cdot 2^{2(x-1)} = 2^{3x} \Rightarrow$
$2 \cdot 2^{2x-2} = 2^{3x} \Rightarrow$
3. Se igualan los exponentes para tener la misma base y se resuelve la ecuación
$2^{1+2x-2} = 2^{3x} \Rightarrow$
$2x-1 = 3x \Rightarrow$
$x = -1 \Rightarrow$
$\therefore S = \{-1\}$</td>
<td>1.Se factorizan las bases
$(343)^{x} = 7 \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{2x+1} \Rightarrow$
$(7^{3})^{x} = 7 \cdot \left(7^{-2}\right)^{2x+1} \Rightarrow$
3. Se aplican las leyes de potencias
$7^{3 \cdot x} = 7 \cdot 7^{-2(2x+1)} \Rightarrow$
$7^{3x} = 7 \cdot 7^{-4x-2} \Rightarrow$
$7^{3x} = 7^{1-4x-2} \Rightarrow$
3. Se igualan los exponentes para tener la misma base y se resuelve la ecuación
$7^{3x} = 7^{-4x-1} \Rightarrow$
$3x = -4x-1 \Rightarrow$
$x = \frac{-1}{7} \Rightarrow$
$\therefore S = \left\{\frac{-1}{7}\right\}$</td>
</tr>
</table>

Ejemplo 5

Resuelva la ecuación

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{x-5}=\frac{8}{27}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\left(\frac{9}{4}\right)^{x-5}&=\frac{8}{27}\Rightarrow\\ \left(\frac{3}{2}\right)^{2\,(x-5)}&=\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\Rightarrow\\ \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-10}&=\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\Rightarrow\end{aligned}}$$

$$2x-10=-3\Rightarrow$$

$$2x=-3+10\Rightarrow$$

$$x=\frac{7}{2}\Rightarrow$$

$$\therefore S=\left\{\frac{7}{2}\right\}$$

Ejemplo 6

Resuelva la ecuación

$$4^{x-1}=1$$

Se aplican las ley de potencia $a^0=1$

$$4^{x-1}=4^0\Rightarrow$$

$$x-1=0\Rightarrow$$

$$x=1\Rightarrow$$

$$\therefore S=\{1\}$$

Vídeo ejemplos adicionales

¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a la solución de

$$\frac{\left(\frac{1}{16}\right)^{2-3x}}{8^x}=2\quad ?$$

A) $S=\left\{\frac{13}{6}\right\}$

B) $S=\left\{\frac{12}{5}\right\}$

C) $S=\{2\}$

D) $S=\{1\}$

¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a la solución de

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{4x-3}=\left(\sqrt[4]{\frac{16}{81}}\right)^{2x-3}\qquad ?$$

A) $S=\left\{\frac{1}{3}\right\}$

B) $S=\left\{\frac{9}{10}\right\}$

C) $S=\left\{\frac{3}{8}\right\}$

C) $S=\left\{\frac{4}{3}\right\}$

Guía de ejercicios #5

Instrucciones: A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a la función exponencial y a los principios básicos, resolverlos de manera que se desarrollen todos los pasos necesarios para responder a cada interrogante.

1) $\dfrac{4^{x}}{8^{3x-1}} = 64^{x}$	2) $5^{x} \bullet \dfrac{1}{25} = 125^{x+3}$
3) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x+6} = \left(\dfrac{9}{4}\right)^{2x}$	4) $4^{2x-1} = \dfrac{32}{8^{x-1}}$
5) $8^{x-1} \bullet \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x} = 1$	6) $49^{2x+6} = \dfrac{1}{343^{3x-1}}$
7) $5^{2x-3} = \dfrac{1}{625}$	8*) $\left(\dfrac{9}{4}\right)^{2x-3} = \left(\sqrt[6]{\dfrac{32}{243}}\right)^{-x+2}$

RESPUESTAS: 1) x= 3/13 2) x=-11/2 3) x= -1 4) x=10/7 5) x= ¾ 6) x= -9/13

7) x= -1/2 8) x= 26/19

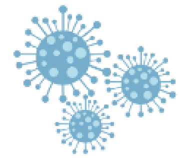
Nombre de la persona estudiante: ______________________________ **Sección:** __________

Indicadores del aprendizaje esperado	**Escala/Criterios**			**Observaciones**
	Logrado / Avanzado (3 puntos)	**En Proceso / Intermedio (2 puntos)**	**No Logrado / Inicial (1 punto)**	
Plantear y resolver problemas en contextos reales utilizando ecuaciones exponenciales.				
Nombre de la persona encargada legal / FIRMA:			**FECHA:**	___ /___ /___

Aplicaciones de la función exponencial: Algunas situaciones de la vida cotidiana están asociadas con el crecimiento o la disminución de bacterias o distintos tipos de poblaciones; otras, con la desintegración de sustancias radioactivas, y así diferentes fenómenos o eventos pueden ser estudiados por medio de las funciones que permiten establecer un “modelo matemático”, para cada uno de éstos.

Analicemos los siguientes ejemplos.

EJEMPLO #1: Supongamos que experimentalmente se observa a un cultivo de bacterias duplicarse cada día, de tal forma que inicialmente existen 1000 bacterias. Si "$\boldsymbol{t}$" es el tiempo en días y $\boldsymbol{f(t)}$ es la cantidad de bacterias en un tiempo t, entonces esta situación está determinada por la función $\boldsymbol{f(t) = 1000 \cdot 2^t}$.



De acuerdo con esto conteste

Vídeo Explicación:

https://youtu.be/e85yiRGbl2M

a) ¿Qué cantidad de bacterias hay al tercer día?

b) ¿Qué cantidad de bacterias hay al sétimo día?

c) ¿En cuántos días la población de bacterias es de 64 000?

d) ¿En cuántos días la población de bacterias es de 1 024 000?

EJEMPLO #2: Una sustancia química aumenta de acuerdo con la fórmula $\boldsymbol{f(t) = 3 \cdot 5^t}$, donde $\boldsymbol{f(t)}$ es la cantidad en gramos de la sustancia después de t horas.

De acuerdo con esto conteste:

a) ¿Cuántos gramos de la sustancia existen al cabo de 4 horas?

b) ¿Cuántas horas tardas en obtenerse una cantidad de 375g de sustancia?

Ejemplo #3

La población $N(t)$ (en millones) de la India, "t" años después de 1985, se puede calcular mediante la fórmula $\mathrm{N}(\mathrm{t}) = 762e^{0,022t}$. De acuerdo con esta información conteste:

a) Calcule la población inicial.

b) Calcule la población en el año 2000.

c) Calcule la población en el año 2010.

d) ¿Cuándo la población será el doble de la inicial?

e) ¿Cuándo la población será de 1500 millones?

Guía de ejercicios #6

Instrucciones: A continuación, se le brindan una serie de ejercicios relacionados a problemas de aplicación de las funciones exponenciales, desarrolle los **procedimiento**s **en su cuaderno** y envié una foto con los mismos al presentar su trabajo.

1. La población "p" de insectos a los "t" días de haber iniciado un experimento está modelado por $p(t) = 500e^{0,2t}$. Determine:
   a. La cantidad inicial de insectos.
   b. La cantidad de insectos al quinto día.

2. En un determinado estudio, se concluye que el crecimiento de un tipo de bacteria está modelado por $p(x) = 5^x$, donde "p(x)" es la cantidad de bacterias en millones a los "x" días de iniciado el estudio.
   Determine:
   a. La población inicial de bacterias en millones.
   b. La cantidad de bacterias a los 2 días.

3. El precio "p(t)" de cierto modelo de equipo tecnológico, en dólares, está dado $p(t) = 15000 \cdot (0,7)^t$, donde "$t$" representa los años desde el momento en que el equipo salió al mercado.
   Con base en la información anterior:
   a. ¿Cuál es el precio del equipo al salir del mercado?
   b. La cantidad mínima de años que deben transcurrir para que el equipo tenga un precio inferior a 1200 dólares corresponde a:__________________.

4. El ingreso "$I(x)$", en colones, que recibe una determinada empresa, está dado por $I(x) = 2^{x-1}$, donde "x" representa la cantidad de artículos vendidos.

a. ¿Cuál es el ingreso de esa empresa, en colones, por la venta de 8 artículos?

b. ¿Cuántos artículos debe vender la empresa para que el ingreso sea de 8192 colones?

5. Un estudio mostró que la cantidad de habitantes "$c(t)$" de una ciudad está modelada por $c(t)$ = 100000(1,01)^{t}, donde "t" representa los años transcurridos desde el momento en que se establece el modelo poblacional.

a. Determine la cantidad de habitantes que tenía la ciudad a la hora de establecer el modelo.

b. Determine la cantidad de personas en la ciudad a los dos años de haberse establecido el modelo.

6. Se adquiere una máquina por 10.000 colones y se deprecia continuamente desde la fecha de adquisición. Su valor después de "t" años está dada por la fórmula $V(t)$=10000•$e^{-0.2t}$.

a) Calcule el valor aproximado de la máquina después de 8 años. R/ 2019 colones

b) Cuánto tiempo pasará aproximadamente para que su valor sea de 5000 colones. R/ 3,46 años.

7. Complete en el espacio indicado la respuesta a lo que se le solicita:

El peso en gramos de una bacteria en un cultivo, **t** horas después de iniciar el cultivo, está dado por la expresión: $p(t) = 50(2)^{0.1t}$ a) ¿Cuál es el peso inicial de la bacteria? ____________________ b) ¿Cuál es el peso aproximado del cultivo después de 4 horas? ____________________	Un elemento radioactivo se desintegra de tal forma que su masa después de un tiempo determinado se representa mediante la función: $m(t) = 11(e)^{-0.022t}$ Donde t se expresa en días. a) ¿Cuál es la masa cuando t = 0? ____________________ b) ¿Cuánta masa permanece, aproximadamente, después de un mes de 30 días? ____________________
El número de gametos de cierta planta está determinado por $g(c) = (2)^{c}$ Donde c es el número total de células. ¿Cuál es el número de células de una planta que tiene 2048 gametos? ____________________	Las ganancias G (en millones de dólares) obtenidas por una compañía en t años están dadas por la función: $G(t) = 7425\left(\frac{2}{3}\right)^{t}$ ¿En cuántos años se obtiene una ganancia de $2200 millones? ____________________

A continuación, se le muestran diferentes ejercicios de selección única y sus posibles respuestas, algunos de ellos tienen su explicación mediante códigos QR.

8. Considere la siguiente información:
Una persona desea invertir $1000 en acciones de una empresa de tecnología. La empresa le indica a la persona que el monto, en dólares, "M(x)" que obtendrá al vender las acciones "x" cantidad de años después de adquiridas está dado por

$$M(x) = 1000 \bullet (1.01)^x$$

De acuerdo con la información anterior, si la persona invirtió los $1000 en acciones de esa empresa y las venderá al año de haberlas adquirido, entonces el monto que recibirá será

A) igual al invertido.

B) mayor al invertido.

C) menor al invertido

9. Considere la siguiente información:
La cantidad "C" de miligramos de un medicamento que hubo en el torrente sanguíneo de una persona, a las "x" horas desde que ese medicamento se le suministró vía oral, estuvo dada por $C(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, con $0 \leq x < 6$.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la cantidad de miligramos de ese medicamento, que hubo en el torrente sanguíneo de esa persona, a las 3 h desde que se le suministró vía oral?

A) $\frac{1}{9}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $\frac{1}{6}$

10. Considere la siguiente información:

Un experto en monedas determina que el precio “P”, en miles de dólares, que tendrá una moneda de colección transcurridos “x” cantidad de años a partir del año 2030, estará dado por $P(x) = (1{,}05)^{x}$ con $0 \leq x \leq 8$.

De acuerdo con la información anterior, conforme avanza el tiempo a partir del año 2030 el precio de la moneda de colección

A) irá aumentando.

B) irá disminuyendo.

C) se mantendrá igual.

11. Considere la siguiente información:

La cantidad “C” de bacterias en miles, que había en un cultivo está dada por $C(x) = 2^{x}$, donde “x” representa el tiempo en horas, transcurrido desde el inicio de la observación de ese cultivo, con $0 \leq x \leq 10$.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la cantidad de bacterias, en miles, que había en ese cultivo al inicio de su observación?

A) 2 B) 1 C) 0

12. En la siguiente tabla se muestra el criterio de la función que representa el monto en dólares, que una persona obtendrá en cada una de tres empresas, al invertir 1000 dólares en acciones y venderlas “x” cantidad de años después de adquiridas: Empresa

Empresa	Criterio
M	$M(x) = \left(\frac{9}{10}\right)^{x}$
S	$S(x) = \left(\frac{6}{5}\right)^{x}$
T	$T(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^{x}$

De acuerdo con la información anterior, si la persona invierte 1000 dólares en acciones, de una de esas empresas, para venderlas un año después de adquiridas, entonces, ¿en cuál de esas empresas obtendrá un monto mayor al invertido?

A) M B) S C) T

MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA | GOBIERNO DE COSTA RICA

13. Considere la siguiente información:

La cantidad "c" de datos, en gigabytes, que fueron transferidos mediante un cable de fibra óptica, está dada por $c(x) = (1{,}1)^x$, donde "x" representa el tiempo en minutos transcurridos desde que inició esa transferencia, con $0 < x \leq 6$.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuántos datos en gigabytes fueron transferidos por el cable de fibra óptica, transcurridos 2 min desde que inició esa transferencia?

A)* 1,21

B) 2,20

C) 7,27

14. Considere la siguiente información:

La distancia "d", en kilómetros, recorrida por un vehículo eléctrico desde el inicio de un viaje, está dada por $d(x) = 12 \cdot (1{,}5)^x$, donde "x" representa el tiempo en horas transcurridas desde que el vehículo inició ese viaje, con $0 < x \leq 5$.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál fue la distancia, en kilómetros, recorrida por el vehículo eléctrico transcurridas 3 h desde que inició ese viaje?

A) * 40,50

B) 54,00

C) 62,35

Nombre de la persona estudiante:	______________________________	**Sección:**	__________

Indicadores del aprendizaje esperado	**Escala/Criterios**			**Observaciones**
	Logrado / Avanzado (3 puntos)	**En Proceso / Intermedio (2 puntos)**	**No Logrado / Inicial (1 punto)**	
Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones exponenciales				
Nombre de la persona encargada legal / FIRMA:			**FECHA:**	___/___/___

Referencias Bibliográficas:

- Guadamuz, D(2013). *Matemática 10.*
- Grupo Fénix. (2020). Matemática CTP 10mo. Editorial Grupo Fénix.
- Hurtado Córdoba, L (2022) Matemática Undécimo: Rumbo a la prueba FARO
- Bermúdez Moya E – Jiménez Calvo, Diego. 12 -2021 Matemática F.
- MEP,(2023-2024). Pruebas Nacionales Estandarizadas.